

В.В. ДАВНИС
Р.У. РАХМЕТОВА
В.В. КОРОТКИХ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Учебное пособие
для слушателей магистерских программ,
аспирантов и докторантов (PhD)

Воронеж – 2013

V.V. DAVNIS
R.U. RAKHMETOVA
V.V. KOROTKIKH

MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF FINANCIAL CALCULATIONS

Textbook
for master of economics candidates,
graduate students and PhD candidates

Voronezh – 2013

7	Планирование погашения долгосрочных задолженностей	87
7.1	Расходы по обслуживанию займа	87
7.2	Формирование погасительного фонда	88
8	Замена и консолидация платежей	93
8.1	Замена платежей при простых ставках	93
8.2	Замена платежей при сложных ставках	95
9	Анализ эффективности кредитных и коммерческих договоров	103
9.1	Постановка задачи и определение измерителя эффективности . .	103
9.2	Анализ эффективности кредитных операций	104
9.3	Баланс финансово-кредитной операций	104
9.4	Анализ эффективности кредитно-финансовых операций	107
10	Облигационные вычисления	111
10.1	Измерение доходности облигации	111
10.2	Дюрация облигации	117
10.3	Изгиб облигации	121
11	Основные подходы к моделированию портфельных решений	129
11.1	Модель портфеля Г. Марковица	129
11.2	Модель портфеля Дж. Тобина	136
11.3	Модель портфеля с учетом отношения к риску	141
11.4	Модель САРМ	145
11.5	Модель портфеля У. Шарпа	156
12	Оценка стоимости и волатильности опционов	165
12.1	Модель Блека-Шоулса-Мерттона	165
12.2	Модель Кокса-Росса-Рубинштейна	171
	Библиографический список	181

1

Операции с простыми ставками

1.1. Нарращение по простой процентной ставке

В математике процент – это сотая часть, в экономической теории – это доход на капитал или цена капитала, в финансовых расчетах – это величина дохода от представления денег в долг в любой форме: выдача ссуды, помещение денег на сберегательный счет, покупка депозитного сертификата, акций и облигаций, продажа в кредит и т.д.

Известный экономист П. Хейне определил процент как «цену, которую люди платят за то, чтобы не ждать до тех пор, пока они заработают деньги, на которые ресурсы можно купить». Исторически проценты взимаются за год – естественный природный и, следовательно, естественный экономический цикл.

Процентной ставкой (процентом) называется отношение, выраженное в процентах, дохода на капитал к размеру этого капитала (отношение процентных денег к величине ссуды) за фиксированный отрезок времени.

Процентный пункт используется для удобства обозначения изменений ставки процента. Пусть некая величина составляет 30%. Если говорят, что она увеличилась на 5 пунктов, то это означает, что она стала равной 35%.

Простые процентные ставки – ставки, которые применяются к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды. Введем систему обозначений P – сумма на начало финансовой операции; S – сумма, образовавшаяся на конец финансовой операции; I – проценты за весь период; i – процентная ставка; n – длительность финансовой операции (например, срок ссуды).

Нарращение – процесс увеличения суммы денег в связи с присоединением процентов к первоначальной сумме.

В случае простых процентов этот процесс можно представить в виде арифметической прогрессии:

$$P, \quad P + Pi = P(1 + i), \quad P(1 + i) + Pi = P(1 + 2i), \quad \dots \quad (1.1)$$

Формула наращения простых процентов

$$S = P(1 + ni), \quad (1.2)$$

где $(1 + ni)$ – множитель наращения, который показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной суммы ссуды.

В свою очередь наращение по простой процентной ставке с учетом налога на проценты осуществляется по формуле

$$S_q = P(1 + ni(1 - q)), \quad (1.3)$$

где q – ставка налога на проценты.

Поскольку ставка процентов обычно устанавливается в расчете за год, то при продолжительности ссуды менее года необходимо выяснить, какая часть процента уплачивается кредитору, т.е. не всегда n – целое.

В этом случае n можно представить в виде дроби: $n = t/K$, где t – число дней ссуды, K – число дней в году. Здесь возможны следующие варианты процентов:

- обыкновенный или коммерческий при $K = 360$ дней;
- точный при $K = 365$ или $K = 366$ дней.

В свою очередь, определение числа дней пользования ссудой может быть: *точным*, когда подсчитывается фактическое число дней между двумя датами, или *приближенным*, когда продолжительность ссуды определяется количеством месяцев по 30 дней плюс число дней ссуды.

Учитывая вышесказанное, мы имеем три варианта расчета процентов, различающиеся по степени точности:

- точные проценты с точным числом дней;
- обыкновенные проценты с точным числом дней;
- обыкновенные проценты с приближенным числом дней.