

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

2007



САМАРА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»

АЛГЕБРА и ГЕОМЕТРИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Самара, 2007

Инновационная образовательная программа
"Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области
аэрокосмических и геоинформационных
технологий"

Модуль I «ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ОПЕРАТОРЫ»

Авторы: *Чостковская О.П., Старинова О.Л*

Модуль II «ОСНОВЫ ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ»

Автор *Калугин Н.А.*

Модуль III «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ОСНОВЫ
ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА»

Автор: *Белашевский Г.Е.*

Рецензенты:

д-р. тех. наук., проф. В.С. Асланов (модуль III)

д. физ. – мат. н., проф. В.М. Чернов (модуль II)

канд. физ. – мат. наук, доц. Е.Я. Горелова (модуль III)

канд. тех. наук, доц., А.А. Авраменко (модуль I, модуль II)

Б 43

УДК 517.2 УДК 514.14 (075) УДК 514.7 (075)

ББК

ISBN

© Белашевский Г.Е. Калугин Н.А. Чостковская О.П., Старинова О.Л

© Самарский государственный аэрокосмический университет, 2007.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С. П. КОРОЛЕВА»

АЛГЕБРА и ГЕОМЕТРИЯ

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия*

Самара
Издательство СГАУ
2007

УДК 512 (075)+514 (075)
ББК 22.14+22 (151)
А 456



**Инновационная образовательная программа
"Развитие центра компетенции и подготовка
специалистов мирового уровня в области аэро-
космических и геоинформационных технологий"**

Рецензенты:

д-р техн. наук, проф. В. С. А с л а н о в (модуль III)
д-р физ. – мат. наук, проф. В. М. Ч е р н о в (модуль II)
канд. физ. – мат. наук, доц. Е. Я. Г о р е л о в а (модуль III)
канд. техн. наук, доц. А. А. А в р а м е н к о (модуль I, модуль II)

Авторы:

Белашевский Г.Е., Калугин Н.А., Чостковская О.П., Старинова О.Л.

А 456 **Алгебра и геометрия:** учеб. пособие/ [Г.Е. Белашевский и др.]-Самара:
Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007.-160 с.:ил.

ISBN 978-5-7883-0482-3

В учебном пособии содержатся методические материалы по реализации нелинейной схемы обучения.

Модуль I «Линейные пространства и операторы» предназначен для студентов специальности, содержащей курс «Линейная алгебра». Относится к группе дисциплин по выбору (факультатив), трудоемкость – 1 зачетная единица ECTS. Авторы: *Чостковская О.П., Старинова О.Л.* Модуль II «Основы проективной геометрии» содержит основные теоретические сведения о проективной геометрии и упражнения. Относится к группе дисциплин по выбору (факультатив), трудоемкость – 1 зачетная единица ECTS. Автор *Калугин Н.А.* Модуль III «Дифференциальная геометрия и основы тензорного анализа» предназначен для студентов – механиков. Относится к группе дисциплин, изучаемых обязательно и строго последовательно, трудоемкость – 3.5 зачетных единиц ECTS. Автор *Белашевский Г.Е.*

Учебное пособие подготовлено на кафедре высшей математики.

УДК 512 (075)+514 (075)
ББК 22.14+22 (151)

ISBN 978-5-7883-0482-3

© Белашевский Г.Е., Калугин Н.А.,
Чостковская О.П., Старинова О.Л., 2007.
© Самарский государственный аэрокосмический
университет, 2007.

Содержание

I. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ОПЕРАТОРЫ.....	6
1. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА	6
1.1. Основные понятия и определения	6
1.2. Базис и размерность линейного пространства	7
1.3. Евклидово пространство	9
Задачи к теме «Линейные пространства»	16
Ответы к задачам по теме «Линейные пространства»	18
2. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ	19
2.1. Линейное преобразование и его матрица	19
2.2. Действия с линейными операторами	20
2.3. Характеристический многочлен	21
2.4. Собственные векторы линейного оператора	22
2.5. Ортогональные и симметрические матрицы и преобразования	23
Задачи к теме «Линейные операторы»	33
Ответы к задачам по теме «Линейные операторы»	38
3. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ	40
3.1. Основные понятия и определения	40
3.2. Приведение квадратичной формы к каноническому виду	45
Задачи к теме «Квадратичные формы»	45
Ответы к задачам по теме «Квадратичные формы»	48
Индивидуальное задание на тему «Квадратичные формы»	49
II ОСНОВЫ ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ.....	52
4. ПРОЕКТИВНАЯ ПЛОСКОСТЬ.....	53
4.1. Связка. Проективная плоскость.....	53
Упражнения.....	55
5. ПРОЕКТИВНЫЕ КООРДИНАТЫ	56
5.1. Проективная система координат в связке.....	56
5.2. Проективная система координат на плоскости	57
5.3. Переход к новой системе проективных координат.....	59
5.4. Однородные координаты.....	60
5.5. Связь проективных и трилинейных координат.....	62
Упражнения.....	68
6. ЛИНИИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКА.....	70

6.1.	Уравнение прямой линии на проективной плоскости.....	70
6.2.	Координаты прямой на проективной плоскости.....	72
6.3.	Понятие инцидентности. Принцип двойственности.....	75
6.4.	Кривая второго порядка.....	77
	Упражнения.....	78
7.	ПРОЕКТИВНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.....	80
7.1.	Проективное преобразование и его свойства.....	80
7.2.	Инвариантные точки и инвариантные прямые.....	87
7.3.	Проективное и перспективное отображения.....	89
7.4.	Классификация кривых второго порядка.....	90
	Упражнения.....	93
III	ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ОСНОВЫ ТЕНЗОРНОГО АНАЛИЗА.....	96
8.	ГЕОМЕТРИЯ КРИВЫХ.....	97
8.1.	Определения.....	97
8.2.	Параметризованная кривая.....	97
8.3.	Натуральная параметризация.....	98
8.4.	Кривая.....	99
8.5.	Кривизна.....	100
8.6.	Репер Френе.....	101
8.7.	Формулы Френе. Кручение.....	102
8.8.	Кривая с заданными кривизной и кручением.....	104
8.9.	Эволюта и эвольвента.....	105
8.10.	Локальное строение кривой.....	106
9.	ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ.....	108
9.1.	Определения.....	108
9.2.	Поверхность.....	109
9.3.	Кривые на поверхности.....	111
9.4.	Касательное пространство.....	112
9.5.	Ориентация поверхности.....	113
9.6.	Первая фундаментальная форма поверхности.....	114
9.7.	Вторая фундаментальная форма.....	115
9.8.	Кривизна кривых на поверхности.....	116
9.9.	Гауссова и средняя кривизны поверхности.....	117
9.10.	Линии кривизны.....	119
9.11.	Деривационные формулы.....	120
9.12.	Геодезические линии на поверхности.....	122
10.	ТЕНЗОРНАЯ АЛГЕБРА.....	124

10.1. Линейные пространства	124
10.2. Сопряженное пространство	126
10.3. Тензорное произведение линейных пространств	127
10.4. Тензорное произведение и свертка	129
10.5. Полилинейные формы и тензоры	130
10.6. Характеристическая поверхность тензора	133
10.7. Симметрирование и альтернирование тензоров	133
11. МНОГООБРАЗИЯ	137
11.1. Дифференцируемое многообразие	137
11.2. Касательное пространство	138
11.3. Тензорная алгебра на дифференцируемом многообразии	
11.4. Ковариантное дифференцирование	141
11.5. Параллельный перенос и геодезические	142
11.6. Тензор кривизны (тензор Римана-Кристоффеля)	144
11.7. Внешнее дифференцирование	145
11.8. Перенос и интегрирование дифференциальных форм. Формула Стокса	147
12. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	149

Учебное издание

*Белашевский Геннадий Егорович
Калугин Николай Александрович
Чостковская Ольга Петровна
Старинова Ольга Леонардовна*

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

Учебное пособие

Технический редактор Э. И. Коломиец
Редакторская обработка Т. К. Кретирина
Корректорская обработка А. А. Нечитайло
Доверстка Е. А. Ларионова

Подписано в печать 10.10.07. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 10,0

Тираж 120 экз. Заказ . ИП- 25/2007.

Самарский государственный
аэрокосмический университет.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского государственного
аэрокосмического университета.
443086 Самара, Московское шоссе, 34.