

УДК 519.2

ББК 22.17

Б20

Авторы:

К. В. Балдин — доктор экономических наук, профессор —
введение, глава 9 (пп. 9.6, 9.7, 9.8), глава 10 (п. 10.6);

В. Н. Башлыков — доцент — глава 1 (кроме пп. 1.1, 1.2, 1.3), главы 2–10
(кроме пп. 9.6, 9.7, 9.8, 10.6), приложения;

А. В. Рукосуев — ст. преподаватель — глава 1 (пп. 1.1, 1.2, 1.3).

Рецензенты:

Н. И. Брагин — доктор экономических наук, профессор;

И. В. Минаев — доктор технических наук, профессор.

Балдин К. В.

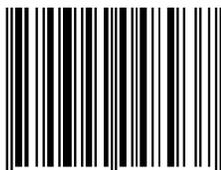
Б20

Теория вероятностей и математическая статистика:
Учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. —
5-е изд., стер. — М.: Издательско-торговая корпорация
«Дашков и К°», 2022. — 472 с.

ISBN 978-5-394-04893-7

Учебник содержит два раздела: “Теория вероятностей” и “Ма-
тематическая статистика”. В него включены прикладные наработки
авторов, вопросы для самоконтроля, примеры использования клас-
сических методов и заданий для самостоятельной работы обучаемых.

Для студентов, аспирантов и преподавателей, а также для науч-
ных сотрудников, предпринимателей и менеджеров фирм.



9 785394 048937 >



Подписано в печать 22.11.2021. Формат 60×84 1/16.

Печать офсетная. Бумага газетная.

Печ. л. 29,5. Тираж 100 экз.

Издательско-торговая корпорация “Дашков и К°”
129347, Москва, Ярославское шоссе, д. 142, к. 732.

E-mail: sales@dashkov.ru — отдел продаж;
office@dashkov.ru — офис; <http://www.dashkov.ru>

ISBN 978-5-394-04893-7

© Коллектив авторов, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	9
-----------------------	---

Раздел I ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Глава 1. Случайные события	16
1.1. Предмет теории вероятностей.....	16
1.2. Основные понятия и определения.....	21
1.3. Частота и вероятность. Способы нахождения вероятностей случайных событий.....	26
1.3.1. Аксиоматическое построение теории вероятностей.....	26
1.3.2. Классический способ определения вероятности.....	30
1.4. Понятие условной вероятности. Стохастическая зависимость случайных событий.....	32
1.5. Правила действий с вероятностями.....	33
1.6. Повторение независимых испытаний. Схема Бернулли.....	39
1.7. Формула полной вероятности.....	41
1.8. Формула Байеса.....	43
<i>Вопросы для самопроверки</i>	46
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	46
Глава 2. Случайные величины	51
2.1. Случайные величины и их классификация.....	51
2.2. Закон распределения случайной величины и формы его представления.....	52
2.2.1. Понятие распределения случайной величины.....	52
2.2.2. Функция вероятности.....	53
2.2.3. Функция распределения.....	54

2.2.4.	Плотность распределения.....	60
2.3.	Числовые характеристики скалярных случайных величин.....	62
2.3.1.	Характеристики положения.....	63
2.3.2.	Характеристики рассеивания.....	67
2.3.3.	Моменты случайной величины.....	71
2.4.	Основные теоретические распределения скалярных случайных величин.....	74
2.5.	Распределение случайного вектора.....	88
2.6.	Частные и условные распределения компонент случайного вектора.....	93
2.6.1.	Частные распределения.....	93
2.6.2.	Условные распределения. Стохастическая зависимость случайных величин.....	97
2.7.	Числовые характеристики векторных случайных величин.....	101
2.8.	Нормальное распределение двумерного случайного вектора.....	106
	<i>Вопросы для самопроверки.....</i>	109
	<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	109
Глава 3.	Функции случайных аргументов.....	113
3.1.	Общая характеристика задач исследования функций случайных аргументов.....	113
3.2.	Теоремы о числовых характеристиках случайных величин.....	114
3.3.	Определение числовых характеристик функций случайных аргументов.....	119
3.4.	Распределение однозначного преобразования случайных величин.....	126
3.5.	Распределение неоднозначного преобразования случайных величин.....	131
3.6.	Распределение функции двух случайных величин.....	133
3.7.	Композиция распределений.....	135
3.7.1.	Композиция нормального и равномерного распределений.....	135
3.7.2.	Композиция нормальных распределений.....	138
	<i>Вопросы для самопроверки.....</i>	140
	<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	141

Глава 4. Случайные процессы.....	143
4.1. Понятие случайного процесса. Классификация случайных процессов.....	143
4.2. Вероятностные характеристики случайных функций.....	148
4.3. Основные типы случайных процессов.....	157
4.4. Основное уравнение Маркова для марковских случайных процессов.....	162
4.5. Дискретный марковский случайный процесс с дискретным временем.....	165
4.6. Потоки событий.....	171
4.7. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем.....	176
4.8. Процесс гибели и размножения.....	185
4.9. Системы массового обслуживания.....	187
4.9.1. Система массового обслуживания с отказами.....	189
4.9.2. Система массового обслуживания с ожиданием.....	196
<i>Вопросы для самопроверки.....</i>	<i>202</i>
<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	<i>203</i>

Раздел II

Математическая статистика

Глава 5. Статистические методы оценивания характеристик продукции.....	206
5.1. Общая характеристика статистических методов оценивания характеристик продукции.....	206
5.2. Общая схема эксперимента.....	209
5.3. Сущность выборочного метода.....	212
5.4. Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме.....	217
<i>Вопросы для самопроверки.....</i>	<i>222</i>
<i>Задачи для самостоятельного решения.....</i>	<i>223</i>
Глава 6. Методы статистической обработки результатов испытаний.....	224
6.1. Постановка задачи оценивания вероятностных характеристик случайных величин.....	224

6.2. Основные требования к оценкам..... 225

6.3. Оценивание законов распределения случайных величин..... 229

6.4. Точечное оценивание числовых характеристик случайных переменных 236

6.4.1. Оценивание вероятности наступления случайного события 236

6.4.2. Оценивание математического ожидания случайной величины..... 238

6.4.3. Оценивание дисперсии и стандартного отклонения случайной величины..... 242

6.4.4. Определение числовых характеристик случайных величин при большом объеме измерений..... 244

6.5. Интервальное оценивание числовых характеристик случайных переменных..... 245

6.5.1. Понятие доверительной вероятности и доверительного интервала 245

6.5.2. Оценивание вероятности наступления случайного события 249

6.5.3. Оценивание математического ожидания..... 254

6.5.4. Оценивание стандартного отклонения 259

Вопросы для самопроверки 263

Задачи для самостоятельного решения 265

Глава 7. Статистическая проверка гипотез 268

7.1. Сущность проверки статистических гипотез 268

7.2. Методы проверки гипотез о законах распределения..... 276

7.2.1. Постановка задачи..... 276

7.2.2. Проверка гипотез о законе распределения..... 279

7.3. Методы проверки гипотез о параметрах законов распределения..... 288

7.3.1. Проверка гипотез о равенстве математических ожиданий..... 288

7.3.2. Проверка гипотез о равенстве дисперсий..... 294

7.4. Проверка гипотез методом последовательного анализа 300

7.4.1. Сущность метода последовательного анализа 300

7.4.2.	Проверка гипотезы о вероятности наступления случайного события	302
7.4.3.	Проверка гипотезы о математическом ожидании.....	304
	<i>Вопросы для самопроверки</i>	306
	<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	307
Глава 8.	Методы статистического анализа результатов испытаний	311
8.1.	Общая характеристика методов статистического анализа результатов испытаний	311
8.2.	Основы дисперсионного анализа	313
8.2.1.	Сущность дисперсионного анализа	313
8.2.2.	Однофакторный дисперсионный анализ	315
8.2.3.	Проверка существенности влияния фактора в однофакторном дисперсионном анализе ..	319
8.2.4.	Выявление уровня фактора, влияющего на результаты испытаний.....	323
8.2.5.	Примеры однофакторного дисперсионного анализа	326
8.2.6.	Особенности проведения двухфакторного дисперсионного анализа	330
	<i>Вопросы для самопроверки</i>	335
	<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	335
Глава 9.	Основы регрессионного анализа	337
9.1.	Сущность регрессионного анализа	337
9.2.	Задача регрессионного анализа	340
9.3.	Метод наименьших квадратов.....	342
9.4.	Предпосылки регрессионного анализа.....	350
9.5.	Статистический анализ уравнения регрессии	352
9.6.	Спецификация регрессионной модели.....	379
9.7.	Регрессионные модели с гетероскедастичными остатками.....	383
9.8.	Метод взвешенных наименьших квадратов	393
9.9.	Нелинейные регрессионные модели и их линеаризация.....	397
9.9.1.	Логарифмические модели.....	398
9.9.2.	Полулогарифмические модели	401

9.9.3.	Логлинейная модель.....	401
9.9.4.	Линейно-логарифмическая модель.....	403
9.9.5.	Обратная модель	403
9.9.6.	Степенная модель.....	404
9.9.7.	Показательная модель.....	406
9.10.	Оценки коэффициентов нелинейных регрессионных моделей	407
9.10.1.	Оценки коэффициентов параболы второго порядка.....	407
9.10.2.	Определение коэффициентов функций, отличных от полинома.....	408
	<i>Вопросы для самопроверки</i>	410
	<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	411
Глава 10.	Основы корреляционного анализа	413
10.1.	Сущность корреляционного анализа	413
10.2.	Классификация методов корреляционного анализа	415
10.3.	Однофакторный корреляционный анализ	415
10.4.	Анализ тесноты связи	419
10.5.	Многофакторный корреляционный анализ	421
10.6.	Автокорреляция.....	427
	<i>Вопросы для самопроверки</i>	430
	<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	430
Литература		433
Приложение		435