

УДК 004.8:519.711.3(035.3)
ББК 32.811.7 я44
М 74

*Печатается по решению комитета при ученом совете
Южного федерального университета по естественнонаучному
и математическому направлению науки и образования
(протокол № 8 от 6 июля 2022 г.)*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор
кафедры высшей математики МФТИ **В. А. Стукопин**;
доктор физико-математических наук, профессор кафедры алгебры
и дискретной математики ИММиКН ЮФУ **В. А. Скорыходов**;
кандидат технических наук доцент кафедры экономики,
менеджмента и торгового дела Тульского филиала
РЭУ им. Г. В. Плеханова **Е. В. Панферова**

Могилевская, Н. С.

М 74 Дифференцирование полиномов нескольких переменных над полями Галуа и приложения к кодам Рида–Маллера : монография / Н. С. Могилевская ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2022. – 122 с.

ISBN 978-5-9275-4199-7

DOI 10.18522/801302651

Монография посвящена разработке методов обеспечения помехоустойчивости информационных коммуникаций для целей передачи и хранения информации. Получены результаты, связанные с дифференцированием и интегрированием полиномов нескольких переменных, заданных над полями Галуа. Эти результаты используются для построения новых алгоритмов декодирования некоторых кодов Рида–Маллера. Один из предложенных декодеров кодов Рида–Маллера второго порядка может быть применен для произвольных полей Галуа нечетной мощности или мощности 2. Два других построенных декодера кодов, заданных над полями мощности 2 и 3, превосходят многие известные декодеры по уровню корректирующей способности. Показано одно возможное практическое применение таких декодеров.

Предназначена тем, кто работает в области проектирования надежных систем хранения и передачи данных, преподает и изучает эти дисциплины, а также интересующимся приложениями теории кодирования, а именно кодов Рида–Маллера.

УДК 004.8:519.711.3(035.3)

ББК 32.811.7 я44

ISBN 978-5-9275-4199-7

© Южный федеральный университет, 2022

© Могилевская Н. С., 2022

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	7
Глава 1. Полиномы нескольких переменных над полями Галуа и их дифференцирование.....	10
1.1. Алгебра полиномов над полями Галуа.....	10
1.1.1. Моном, полином и их степени.....	11
1.1.2. Градуировка алгебры полиномов.....	12
1.2. Дифференцирование и интегрирование полиномов.....	15
1.2.1. Оператор дифференцирования.....	15
1.2.2. Представление полиномов второй степени и их производных полиномов через квадратичные формы.....	17
1.2.3. Интегрирование полиномов второй степени.....	22
1.3. Аналоги оператора дифференцирования.....	25
1.3.1. Векторное дифференцирование.....	26
1.3.2. Мультипликативное дифференцирование.....	27
1.4. q -ичные коды Рида-Маллера младших порядков.....	31
1.4.1. Полиномиальное представление q -ичных кодов Рида-Маллера. Оператор кодирования.....	31
1.4.2. Корректирующая способность кодов Рида-Маллера.....	33
1.4.3. Коммутативность операторов кодирования и дифференцирования.....	37
Глава 2. Декодеры кодов Рида-Маллера второго порядка.....	39
2.1. Декодеры помехоустойчивых кодов в схеме передачи данных.....	39
2.2. Способ организации декодеров, использующих редукцию к кодам меньшего порядка.....	44
2.3. Декодер кодов $RM_q(2, m)$ с жестким входом.....	47
2.3.1. Алгоритм декодирования.....	47
2.3.2. Обоснование корректности декодера (алгоритм 2.1).....	48

2.4. Вероятностный декодер с мягким входом для двоичных РМ-кодов.....	51
2.4.1. Модели двоичных каналов.....	52
2.4.2. Модель двоичного полунепрерывного помехоустойчивого канала.....	53
2.4.3. Условие гладкости.....	57
2.4.4. Вероятностный алгоритм декодирования бинарных РМ-кодов с мягким входом.....	59
2.4.5. Обоснование корректности декодера (алгоритм 2.2).....	62
2.5. Вероятностный декодер с мягким входом для троичных РМ-кодов.....	67
2.5.1. Модели троичных каналов.....	68
2.5.2. Модель троичного полунепрерывного помехоустойчивого канала.....	70
2.5.3. Алгоритм декодирования.....	75
2.5.4. Обоснование корректности декодера (алгоритм 2.3).....	78
2.5.5. Вычислительный пример работы декодера кода РМЗ(2,2).....	84
Глава 3. Об одном практическом приложении вероятностных декодеров.....	89
3.1. Общая модель информационно-аналитической системы канала наблюдения.....	93
3.1.1. Структура каналов.....	93
3.1.2. Модель наблюдателя.....	95
3.1.3. О предварительной оценке свойств приемных блоков наблюдателем.....	96
3.2. Информационно-аналитическая система канала наблюдения, организованная с использованием кодов Рида-Маллера.....	102
3.2.1. Модель ИАС КН, уточненная на случай бинарных РМ-кодов и их декодеров.....	102
3.2.2. Экспериментальное исследование ИАС КН, организованной с использованием двоичных кодов Рида-Маллера.....	106
Заключение.....	112
Литература.....	113