

УДК 517.1:517.2  
ББК 22.161  
Г94

**Гулай, Т. А.**

Г94      Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, Д. Б. Литвин. – Ставрополь : Сервисшкола, 2012. – 336 с.

Настоящее руководство является составной частью комплекса учебных пособий по курсу математического анализа, направленных на развитие и активизацию самостоятельной работы студентов. Пособие написано в соответствии с учебной программой по высшей математике для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 110.800.62 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства», 140.400.62 «Электроэнергетика и электротехника», 190.600.62 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов». Может быть использовано как для работы под руководством преподавателя, так и для самостоятельного изучения курса математического анализа.

УДК 517.1:517.2  
ББК 22.161

## Оглавление

Предисловие.....	3
<b>Глава 5 Неопределённый интеграл.....</b>	<b>4</b>
5.1 Первообразная функции и неопределённый интеграл.....	4
5.2 Общие методы интегрирования.....	7
5.2.1 Непосредственное интегрирование функций.....	7
5.2.2 Интегрирование методом замены переменной.....	8
5.2.3 Интегрирование по частям.....	12
5.3 Интегрирование рациональных функций.....	15
5.3.1 Интегрирование выражений содержащих квадратный трёхчлен.....	15
5.3.2 Интегрирование рациональных функций путём разложения на простейшие дроби.....	18
5.3.3 Интегрирование некоторых иррациональных выражений.....	23
5.3.4 Интегрирование тригонометрических выражений.....	27
Тест 5.....	31
Ответы к главе 5.....	33
<b>Глава 6 Определённый интеграл.....</b>	<b>37</b>
6.1 Определение определённого интеграла.....	37
6.2 Основные свойства определённого интеграла.....	38
6.3 Правила вычисления определённого интеграла.....	39
6.3.1 Формула Ньютона-Лейбница.....	39
6.3.2 Замена переменной (интегрирование подстановкой).....	39
6.3.3 Интегрирование по частям.....	40
6.3.4 Интегрирование чётной и нечётной функции.....	41
6.4 Приложения определённого интеграла.....	44
6.4.1 Вычисление площадей плоских фигур.....	44
6.4.2 Вычисление объёмов тел вращения.....	50
6.4.3. Вычисление длины дуги плоской кривой.....	52
6.4.4 Вычисление площади поверхности вращения.....	55
6.4.5 Физические приложения определённого интеграла.....	57
6.5 Несобственные интегралы.....	58
6.5.1 Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.....	58
6.5.2 Несобственные интегралы от неограниченных функций.....	60
Тест 6.....	62
Ответы к главе 6.....	64
<b>Глава 7 Дифференциальные уравнения.....</b>	<b>66</b>
7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка.....	66
7.2 Дифференциальные уравнения высших порядков.....	77
7.3 Линейные дифференциальные уравнения.....	81
7.4 Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.....	88
Тест 7.....	90
Ответы к главе 7.....	93
<b>Глава 8 Операционное исчисление.....</b>	<b>96</b>
8.1 Основные понятия операционного исчисления.....	96

8.2 Основные теоремы операционного исчисления.....	98
8.3 Нахождение изображений и оригиналов по таблице.....	99
8.4 Нахождение оригиналов и изображений с использованием теорем.....	101
8.5 Алгоритм решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами операционным методом.....	105
8.6 Решение дифференциальных уравнений операционным методом.....	106
8.7 Решение систем дифференциальных уравнений операционным методом.....	108
8.8 Приложения операционного исчисления.....	111
8.8.1 Решение задач прикладной механики.....	111
8.8.2 Решение прикладных задач теории электрических цепей.....	114
Тест 8.....	118
Ответы к главе 8.....	120
Итоговый тест МА-2.....	122
<b>Глава 9 Ряды.....</b>	<b>128</b>
9.1 Числовые ряды.....	128
9.2 Знакопередающиеся ряды.....	136
9.3 Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.....	138
9.4 Функциональные ряды.....	141
9.5 Степенные ряды.....	143
9.6 Ряды Тейлора и Маклорена.....	146
9.7 Некоторые приложения степенных рядов.....	150
9.7.1 Вычисление значений функций.....	150
9.7.2 Вычисление определенных интегралов.....	152
9.7.3 Применение рядов к решению дифференциальных уравнений.....	152
9.8 Ряды Фурье.....	156
Тест 9.....	164
Ответы к главе 9.....	168
<b>Глава 10 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.....</b>	<b>171</b>
10.1 Область определения функции.....	171
10.2 Частные производные функции нескольких переменных.....	172
10.3 Полный дифференциал. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.....	174
10.4 Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование неявной функции.....	176
10.5 Частные производные и дифференциалы высших порядков.....	180
10.6 Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....	183
10.7 Экстремум функции двух переменных.....	184
Тест 10.....	186
Ответы к главе 10.....	188
<b>Глава 11 Интегральное исчисление функции нескольких переменных.....</b>	<b>192</b>
11.1 Двойной интеграл.....	192
11.2 Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах.....	194
11.3 Замена переменных в двойном интеграле.....	203
11.3.1 Общий случай.....	203

11.3.2 Вычисление двойных интегралов в полярной системе координат.....	206
11.4 Тройной интеграл.....	210
11.5 Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.....	212
11.6 Замена переменных в тройном интеграле.....	214
11.6.1 Переход к цилиндрическим координатам.....	214
11.6.2 Переход к сферическим координатам.....	216
11.7 Приложения кратных интегралов.....	219
11.7.1 Приложения двойных интегралов.....	219
11.7.2 Приложения тройных интегралов.....	220
11.8 Криволинейные интегралы.....	227
11.8.1 Криволинейные интегралы первого рода.....	227
11.8.2 Криволинейные интегралы второго рода.....	230
11.8.3 Приложения криволинейных интегралов.....	233
Тест 11.....	241
Ответы к главе 11.....	243
Итоговый тест МА-3.....	245
<b>Приложения.....</b>	<b>249</b>
<b>Приложение 5.....</b>	<b>250</b>
<b>Приложение 6.....</b>	<b>258</b>
<b>Приложение 7.....</b>	<b>266</b>
<b>Приложение 8.....</b>	<b>268</b>
<b>Приложение 9.....</b>	<b>272</b>
<b>Приложение 10.....</b>	<b>276</b>
<b>Приложение 11.....</b>	<b>280</b>
<b>Приложение 12.....</b>	<b>283</b>
<b>Приложение 13.....</b>	<b>298</b>
<b>Приложение 14.....</b>	<b>313</b>
<b>Приложение 15.....</b>	<b>315</b>
<b>Литература.....</b>	<b>330</b>