

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

М. В. Невский

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ
В ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ**

Ярославль 2012

УДК 517.51+514.17
ББК В151
Н40

Рецензенты:

кафедра математического анализа Ярославского государственного педагогического университета им. К. Д. Ушинского;
М. Л. Гольдман, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры нелинейного анализа и оптимизации Российского университета дружбы народов.

Монография подготовлена и издана при финансовой поддержке гранта Правительства РФ по постановлению № 220, договор № 11.G34.31.0053.

Невский М. В. Геометрические оценки в полиномиальной интерполяции / Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. Ярославль: ЯрГУ, 2012. 218 с.

ISBN 978-5-8397-0853-2

В монографии рассматриваются геометрические вопросы, связанные с полиномиальной интерполяцией функций многих переменных. Приводятся оценки для норм интерполяционных проекторов через геометрические характеристики множеств и другие соотношения. Часть из них связана с установленными автором свойствами n -мерного симплекса.

Предназначена для научных работников в области теории аппроксимации и геометрии выпуклых тел. Может быть полезна аспирантам, магистрантам и студентам старших курсов математических специальностей и направлений.

Библиогр.: 68 назв.

УДК 517.51+514.17
ББК В151

ISBN 978-5-8397-0853-2

© Ярославский государственный университет
им. П. Г. Демидова, 2012

© М. В. Невский, 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Основные обозначения	10
Глава 1. Базисные многочлены Лагранжа и геометрические характеристики n-мерного симплекса	12
§ 1.1. Базисные многочлены n -мерного симплекса	12
§ 1.2. Свойства осевых диаметров симплекса	14
§ 1.3. Величина $\xi(C; S)$	19
§ 1.4. Величина $\alpha(C; S)$ и равенство $\alpha(S) = \sum 1/d_i(S)$	22
§ 1.5. Второе доказательство равенства $\alpha(S) = \sum 1/d_i(S)$	27
§ 1.6. Следствия	34
§ 1.7. О гипотезе Лассака для выпуклого тела	40
§ 1.8. Величина $\beta(S)$	45
Глава 2. Линейная интерполяция на n-мерном кубе	49
§ 2.1. Задача линейной интерполяции на Q_n	49
§ 2.2. Соотношение между $\ P\ $ и $\xi(S)$	50
§ 2.3. Редукция в задаче о минимальном проекторе	57
§ 2.4. Точные значения θ_n и ξ_n для $n = 1, 2$	61
§ 2.5. Точные значения θ_3 и ξ_3	67
Глава 3. Соотношения $\theta_n \asymp n^{1/2}$ и $\xi_n \asymp n$	71
§ 3.1. Симплексы максимального объёма в Q_n и оценки для ν_n	71
§ 3.2. Соотношение $\xi_n \asymp n$	77
§ 3.3. Многочлены Лежандра и мера множества E_γ	82
§ 3.4. Неравенство $\theta_n \geq cn^{1/2}$	87
§ 3.5. Верхние оценки $\ P\ $ в случае $\text{vol}(S) = \nu_n$	92
§ 3.6. Соотношение $\theta_n \asymp n^{1/2}$	96
§ 3.7. О выполнении равенства $\xi_n = \frac{n+1}{2} (\theta_n - 1) + 1$	100

§ 3.8. Примеры	103
§ 3.9. Улучшение оценок θ_n для конкретных n	110
§ 3.10. Открытые вопросы и замечания	115
Глава 4. Минимальная линейная интерполяция и ортогональное проектирование	118
§ 4.1. Норма ортогонального проектора	118
§ 4.2. Эйлеровы числа, B -сплайны, слои и сечения куба	121
§ 4.3. Оценки $\ H\ $ через эйлеровы числа	127
§ 4.4. Соотношение $\ H\ \asymp \theta_n$	130
§ 4.5. Вычисление $\ H\ $ с помощью однократного интеграла	139
§ 4.6. О некоторых свойствах центрального сечения Q_n	146
Глава 5. Полиномиальная интерполяция общего вида	151
§ 5.1. Интерполяция функций из $C(\Omega)$	151
§ 5.2. Оценки нормы проектора $P : C(\Omega) \rightarrow \Pi_1(\mathbb{R}^n)$	154
§ 5.3. Общий случай	157
§ 5.4. Примеры	161
§ 5.5. Оценки нормы проектора через осевые диаметры	167
§ 5.6. Интерполяция с помощью пространства X_n	172
Глава 6. Оценки констант эквивалентности для некоторых норм алгебраических многочленов	177
§ 6.1. Эквивалентные нормы на пространствах многочленов	178
§ 6.2. Точные значения $\delta(1, k)$ и оценки $\gamma(1, k)$	180
§ 6.3. Точные значения $\bar{\delta}(n, \alpha)$ и оценки $\bar{\gamma}(n, \alpha)$, $\delta(n, k)$, $\gamma(n, k)$...	185
§ 6.4. Точные значения $\gamma(n, 1)$, $\delta(n, 1)$ и оценки $\gamma(n, 2)$, $\delta(n, 2)$	189
§ 6.5. Оценки констант через собственные значения	193
§ 6.6. Оценки констант η_n	197
Список литературы	212