МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ
И ОБРАЗОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«ЧЕЛЯБИНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
АГРОИНЖЕНЕРНАЯ АКАДЕМИЯ»**

Кафедра сопротивления материалов

Утверждаю.
Проректор по УР
А.А.Патрушев

РАСЦЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

в программных продуктах MathCAD, SCAD

Методические указания

Челябинск
2009

Методические указания предназначены для студентов 2-го курса специальности **190206** «**Сельскохозяйственные машины и оборудование**» направления **190200** – «Транспортные машины и транспортно-технологические комплексы», изучающих курс «Сопротивление материалов».

На примере программ **MathCAD, SCAD** реализуется идея использования уже на младших курсах на факультетах сельскохозяйственного машиностроения современных проектно-вычислительных комплексов, применяемых в инженерной практике для расчетов и проектирования строительных и машиностроительных конструкций.

Методические указания могут быть полезны студентам всех курсов специальности 190206 «Сельскохозяйственные машины и оборудование», аспирантам и инженерно-техническим работникам АПК.

Составитель

Жилкин В.А. - докт. техн. наук, профессор (ЧГАА)

Рецензенты

Сапожников С.Б. - докт. техн. наук, проф. (ЮУрГУ)

Рахимов Р.С. - - докт. техн. наук, проф. (ЧГАА)

Печатается по решению редакционно-издательского совета ЧГАА

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАВИСИМОСТИ ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ (СЖАТИИ)

Центральным растяжением (или центральным сжатием) называется такой вид деформации бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только продольная сила **N** (растягивающая или сжимающая), а все остальные внутренние усилия равны нулю *(рис.1)*. Растяжение (сжатие) называется центральным тогда, когда нормальная сила приложена в центре тяжести поперечного сечения бруса.

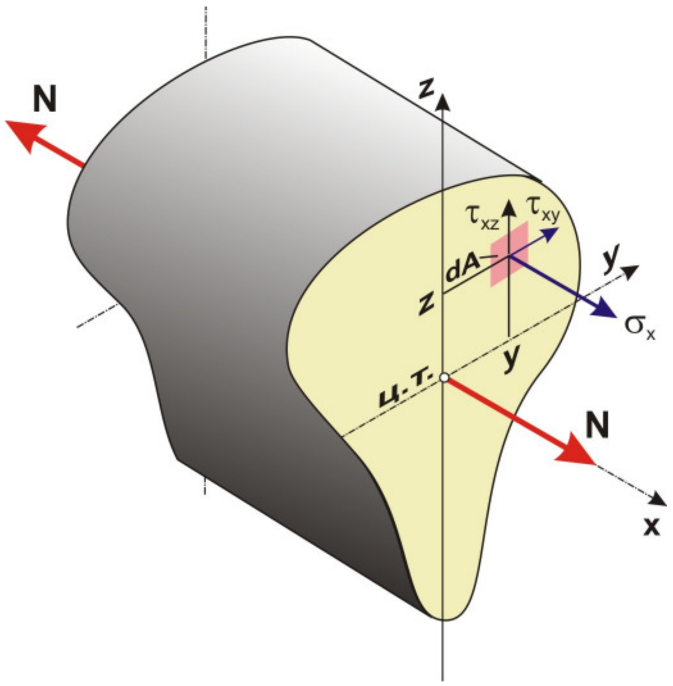

Рис.1

При центральном растяжении (сжатии) бруса зависимости между напряжениями и внутренними усилиями имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
N &= \int_A \sigma_x \, dA; \\
Q_y &= \int_A \tau_{xy} \, dA = 0; \\
Q_z &= \int_A \tau_{xz} \, dA = 0; \\
M_y &= \int_A \sigma_x z \, dA = 0; \\
M_z &= \int_A \sigma_x y \, dA = 0; \\
M_x &= \int_A \left(\tau_{xz} y - \tau_{xy} z\right) dA = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Растяжение и сжатие брусьев - самый распространенный и простой вид деформации. Система уравновешенных внешних нагрузок, вызывающих растяжение-сжатие, может состоять не только из двух, но и из произвольного числа сил, приложенных так, что их равнодействующие будут направлены вдоль оси бруса. При вертикальном расположении бруса его растяжение или сжатие произойдет и от собственного веса. В этом случае брус будет загружен равномерно распределенной вдоль его оси нагрузкой интенсивностью

$$\mathbf{q} = \mathbf{A}\rho\mathbf{g}, \tag{2}$$

где $\mathbf{A}$ - площадь поперечного сечения бруса, ρ - плотность материала бруса, $\mathbf{g}$ - ускорение свободного падения.

Сжатие отличается от растяжения формально только знаком силы $\mathbf{N}$. Поэтому методы решения задач при растяжении и сжатии брусьев оказываются одними и теми же. Между растяжением и сжатием, однако, имеется существенное различие. Оно проявляется, в частности, в неодинаковом сопротивлении многих материалов разрушению при их растяжении и сжатии, а также в поведении тонких длинных стержней: при растягивающих усилиях они остаются прямыми вплоть до разрыва, сжатие же этих стержней, как правило, сопровождается изгибом. Поэтому сжатые стержни, кроме расчета на сжатие, должны рассчитываться еще и на **устойчивость** - сохранение первоначальной формы равновесия стержня.

2. НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ В ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЯХ БРУСА ПРИ ОСЕВОМ РАСТЯЖЕНИИ (СЖАТИИ)

Экспериментальные исследования деформированного состояния стержня постоянного сечения центрально растянутого двумя силами $\mathbf{P}$ позволяют сформулировать следующие **гипотезы:**

1. *Сечения, плоские до деформирования бруса, остаются плоскими и после его деформирования, а так как они перемещаются поступательно в направлении оси бруса (оси* $\mathbf{x}$*), то относительные деформации* ε_x *постоянны, что влечет за собой, в соответствии с законом Гука, постоянство напряжений* σ_x.
2. *Учитывая малость поперечных размеров бруса по сравнению с его длиной, предполагают, что и нормальные напряжения* σ_y *и* σ_z *в продольных сечениях бруса равны нулю; эту гипотезу иногда формулируют так:* **«при центральном растяжении или сжатии «продольные волокна бруса» не давят друг на друга».**

На основании этих гипотез из уравнения (1) следует

$$\sigma_x = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{A}}; \tag{3}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{\mathbf{E}} = \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{EA}}, \tag{4}$$

где $\mathbf{E}$ - модуль продольной упругости, $\mathbf{A}$ - площадь поперечного сечения бруса. Произведение $\mathbf{EA}$ называют жесткостью поперечного сечения бруса при растяжении (сжатии).

Итак, в поперечных сечениях бруса при его растяжении (сжатии) возникают только нормальные напряжения σ_x, равномерно распределенные по площади поперечного сечения и определяемые по формуле (3). В продольных сечениях бруса не возникает никаких отличных от нуля напряжений: ни нормальных, ни касательных.

Фактически распределение напряжений в сечениях бруса, примыкающих к месту приложения внешних сил, зависит от способа приложения нагрузки и может быть неравномерным. Экспериментальные и теоретические исследования показали, что это нарушение равномерности распределения напряжений носит местный характер. В сечениях бруса, отстоящих от места нагружения на расстоянии, примерно равном наибольшему из поперечных размеров бруса, распределение напряжений можно считать практически равномерным.

Рассмотренное положение является частным случаем принципа Сен-Венана: *напряженное состояние в сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузки, не зависит от детального характера приложения этой нагрузки.*

В местах резкого изменения формы и размеров поперечного сечения бруса возникают местные напряжения. Это явление называется концентрацией напряжений. О нем мы поговорим более подробно несколько позднее.

В тех случаях, когда нормальные напряжения в различных поперечных сечениях бруса неодинаковы, целесообразно показать закон их изменения по длине бруса в виде графика – *эпюры нормальных напряжений.*

В соответствии с определением относительной деформации

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L}, \tag{5}$$

где L - длина бруса, ΔL - приращение длины бруса, вызванное силой N (иногда эту величину называют абсолютной деформацией).

Зависимость (4) позволяет определить приращение длины бруса:

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}. \tag{6}$$

При практических расчетах иногда удобно ввести понятие *жесткости* или *коэффициента жесткости* бруса (участка бруса длиной L):

$$D = \frac{EA}{L} = \frac{N}{\Delta L}.$$

Жесткость бруса численно равна силе, вызвавшей удлинение (или укорочение) бруса, равное единице длины 1 *м* или 1 *см* и т. д. При расчетах в единицах *СИ* коэффициент жесткости измеряют в *Н/м* (или *Н/мм*).

С учетом введенных обозначений и зависимости (6) продольную силу в поперечных сечениях стержня можно записать в виде

$$N = D\Delta L,$$

т. е. сила равна произведению жесткости бруса на перемещение точки приложения силы.

Величину, обратную коэффициенту жесткости, называют *коэффициентом податливости:*

$$\beta = \frac{1}{D} = \frac{L}{EA} = \frac{\Delta L}{N}.$$

Коэффициент податливости численно равен удлинению (укорочению) бруса, вызванному силой, равной единице силы: 1 *Н* или 1 *кН* и т. п.

Из экспериментов следует, в частности, что при центральном растяжении или сжатии отношения поперечных деформаций к продольным есть величины постоянные для данного материала. Взятые по абсолютной величине, они называются **коэффициентами поперечной деформации.** По результатам эксперимента можно определить два коэффициента поперечной деформации:

$$\mu_{xy} = \left|\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}\right|; \quad \mu_{xz} = \left|\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}\right|, \tag{7}$$