

В. К. Романко

КУРС дифференциальных уравнений и вариационного исчисления

6-е издание (электронное)

Рекомендовано

Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов
физико-математических специальностей
высших учебных заведений



Москва
Лаборатория знаний
2020

УДК 517.9
ББК 22.161.1
Р69

Романко В. К.

Р69 Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления / В. К. Романко. — 6-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 349 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-00101-651-9

В пособии изложены основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных первого порядка и вариационного исчисления. Наряду с изложением традиционных разделов курса обыкновенных дифференциальных уравнений, в книге рассмотрены и некоторые нетрадиционные вопросы (граничные задачи, уравнения с малым параметром, нелинейные уравнения в частных производных первого порядка, вариационная задача Больца и др.).

Многочисленные примеры иллюстрируют рассматриваемые теоретические положения.

Для студентов высших учебных заведений.

**УДК 517.9
ББК 22.161.1**

Деривативное издание на основе печатного аналога: Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления / В. К. Романко. — 5-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2019. — 346 с. : ил. — ISBN 978-5-00101-200-9.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-00101-651-9

© Лаборатория знаний, 2015

Оглавление



Предисловие	6
Некоторые обозначения	7
Введение	8
1 Методы решения некоторых дифференциальных уравнений	12
§ 1. Основные понятия для дифференциальных уравнений первого порядка	12
§ 2. Методы решения простейших дифференциальных уравнений первого порядка	18
§ 3. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра и задача Копи	34
§ 4. Дифференциальные уравнения высшего порядка. Общие понятия и методы решения	41
2 Линейные дифференциальные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами	52
§ 1. Дифференциальные многочлены и общий метод решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами	52
§ 2. Линейные однородные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами	57
§ 3. Линейные неоднородные уравнения порядка n с постоянными коэффициентами	65
3 Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	73
§ 1. Нормальные линейные системы с постоянными коэффициентами. Общие понятия и метод исключения	73
§ 2. Общее решение нормальной линейной однородной системы с постоянными коэффициентами	76
§ 3. Общее решение нормальной линейной неоднородной системы с постоянными коэффициентами	88
§ 4. Решение нормальных линейных систем с постоянными коэффициентами с помощью матричной экспоненты	94
§ 5. Преобразование Лапласа и его применение для решения дифференциальных уравнений	103

§ 6. Методы решения произвольных линейных систем с постоянными коэффициентами.....	108
4 Исследование задачи Коши	113
§ 1. Вспомогательные предложения.....	113
§ 2. Существование и единственность решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.....	117
§ 3. Непродолжимое решение задачи Коши.....	127
§ 4. Общее решение дифференциального уравнения	132
§ 5. Зависимость решения задачи Коши от параметров и начальных данных. Корректность задачи Коши	135
§ 6. Разрешимость задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной. Особые решения.....	145
5 Нормальные линейные системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.....	152
§ 1. Исследование задачи Коши для нормальной линейной системы уравнений с переменными коэффициентами	152
§ 2. Линейные однородные системы	158
§ 3. Линейные неоднородные системы	167
6 Линейные дифференциальные уравнения порядка n с переменными коэффициентами	171
§ 1. Общие свойства	171
§ 2. Линейные однородные уравнения порядка n	174
§ 3. Линейные неоднородные уравнения порядка n	179
§ 4. Граничные задачи	185
§ 5. Теорема Штурма	193
§ 6. Решение линейных дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Уравнение Бесселя.....	199
§ 7. Линейные дифференциальные уравнения с малым параметром при старшей производной	205
7 Нормальные автономные системы дифференциальных уравнений и теория устойчивости.....	212
§ 1. Общие свойства	212
§ 2. Классификация положений равновесия линейной однородной системы второго порядка.....	222
§ 3. Нелинейные автономные системы второго порядка	230
§ 4. Устойчивость по Ляпунову положений равновесия	241
§ 5. Первые интегралы.....	251
8 Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.....	261
Введение	261
§ 1. Линейные однородные уравнения	263

§ 2. Квазилинейные уравнения.....	271
§ 3. Нелинейные уравнения.....	281
9 Основы вариационного исчисления	289
Введение.....	289
§ 1. Простейшая вариационная задача.....	291
§ 2. Обобщения простейшей вариационной задачи на случай функционалов более общего интегрального типа.....	301
§ 3. Вариационные задачи со свободным концом, с подвижной границей и задача Больца	310
§ 4. О сильном локальном экстремуме и абсолютном экстремуме функционалов	318
§ 5. Изопериметрическая задача	322
§ 6. Задача Лагранжа.....	326
§ 7. Достаточные условия слабого локального экстремума	331
Литература	341
Предметный указатель	343