

Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

9-е издание, электронное

*Рекомендовано
Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов
физико-математических специальностей
высших учебных заведений*



Москва
Лаборатория знаний
2020

УДК 519.6 (075)
ББК 22.193
Б30

*Печатается
по решению Ученого совета
Московского государственного университета
имени М. В. Ломоносова*

Бахвалов Н. С.

Б30 Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. : ил. — (Классический университетский учебник). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-00101-836-0

Классический учебник по численным методам, переработанный с учетом современных тенденций в вычислительных методах. В данном издании устранены неточности и опечатки, имевшиеся в предыдущих изданиях, упрощены некоторые доказательства.

Для студентов и преподавателей вузов, а также для специалистов, использующих численные методы в своей работе.

**УДК 519.6 (075)
ББК 22.193**

Деривативное издание на основе печатного аналога: Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 7-е изд. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. — 636 с. : ил. — (Классический университетский учебник). — ISBN 978-5-9963-0449-3.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-00101-836-0

© Лаборатория знаний, 2015
© МГУ им. М. В. Ломоносова,
художественное оформление, 2003

Оглавление



Предисловие	5
Предисловие к третьему изданию	7
Введение	9
1 Погрешность результата численного решения задачи	17
§ 1. Источники и классификация погрешности	17
§ 2. Запись чисел в ЭВМ	21
§ 3. Абсолютная и относительная погрешности. Формы записи данных	22
§ 4. О вычислительной погрешности	25
§ 5. Погрешность функции	27
§ 6. Обратная задача	32
2 Интерполяция и численное дифференцирование	35
§ 1. Постановка задачи приближения функций	36
§ 2. Интерполяционный многочлен Лагранжа	39
§ 3. Оценка остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа	43
§ 4. Разделенные разности и их свойства	43
§ 5. Интерполяционная формула Ньютона с разделенными разностями	45
§ 6. Разделенные разности и интерполирование с кратными узлами	48
§ 7. Уравнения в конечных разностях	51
§ 8. Многочлены Чебышева	58
§ 9. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционной формулы	62
§ 10. Конечные разности	65
§ 11. Интерполяционные формулы для таблиц с постоянным шагом	68
§ 12. Составление таблиц	71
§ 13. О погрешности округления при интерполяции	74
§ 14. Применения аппарата интерполирования. Обратная интерполяция	75
§ 15. Численное дифференцирование	76
§ 16. О вычислительной погрешности формул численного дифференцирования	83
§ 17. Рациональная интерполяция	85

3	Численное интегрирование	86
§ 1.	Простейшие квадратурные формулы. Метод неопределенных коэффициентов	86
§ 2.	Оценки погрешности квадратуры	89
§ 3.	Квадратурные формулы Ньютона—Котеса	94
§ 4.	Ортогональные многочлены	99
§ 5.	Квадратурные формулы Гаусса	106
§ 6.	Практическая оценка погрешности элементарных квадратурных формул	113
§ 7.	Интегрирование быстро осциллирующих функций	116
§ 8.	Повышение точности интегрирования за счет разбиения отрезка на равные части	119
§ 9.	О постановках задач оптимизации	124
§ 10.	Постановка задачи оптимизации квадратур	129
§ 11.	Оптимизация распределения узлов квадратурной формулы	131
§ 12.	Примеры оптимизации распределения узлов	137
§ 13.	Главный член погрешности	140
§ 14.	Правило Рунге практической оценки погрешности	144
§ 15.	Уточнение результата интерполяцией более высокого порядка точности	148
§ 16.	Вычисление интегралов в нерегулярном случае	150
§ 17.	Принципы построения стандартных программ с автоматическим выбором шага	157
4	Приближение функций и смежные вопросы	164
§ 1.	Наилучшие приближения в линейном нормированном пространстве	164
§ 2.	Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении	166
§ 3.	Тригонометрическая интерполяция. Дискретное преобразование Фурье	171
§ 4.	Быстрое преобразование Фурье	175
§ 5.	Наилучшее равномерное приближение	178
§ 6.	Примеры наилучшего равномерного приближения	181
§ 7.	О форме записи многочлена	187
§ 8.	Интерполяция и приближение сплайнами	191
5	Многомерные задачи	201
§ 1.	Метод неопределенных коэффициентов	202
§ 2.	Метод наименьших квадратов и регуляризация	203
§ 3.	Примеры регуляризации	206
§ 4.	Сведение многомерных задач к одномерным	212
§ 5.	Интерполяция функций в треугольнике	220
§ 6.	Оценка погрешности численного интегрирования на равномерной сетке	222
§ 7.	Оценка снизу погрешности численного интегрирования	225
§ 8.	Метод Монте-Карло	232

§ 9. Обсуждение правомерности использования недетерминированных методов решения задач.....	236
§ 10. Ускорение сходимости метода Монте-Карло	239
§ 11. О выборе метода решения задачи	243
6 Численные методы алгебры	250
§ 1. Методы последовательного исключения неизвестных.....	253
§ 2. Метод отражений	262
§ 3. Метод простой итерации	265
§ 4. Особенности реализации метода простой итерации на ЭВМ	268
§ 5. δ^2 -процесс практической оценки погрешности и ускорения сходимости.....	271
§ 6. Оптимизация скорости сходимости итерационных процессов	275
§ 7. Метод Зейделя	285
§ 8. Метод наискорейшего градиентного спуска.....	290
§ 9. Метод сопряженных градиентов	294
§ 10. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов.....	301
§ 11. Погрешность приближенного решения системы уравнений и обусловленность матриц. Регуляризация.....	304
§ 12. Проблема собственных значений.....	315
§ 13. Решение полной проблемы собственных значений при помощи QR-алгоритма	320
7 Решение систем нелинейных уравнений и задач оптимизации	325
§ 1. Метод простой итерации и смежные вопросы	327
§ 2. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений	331
§ 3. Методы спуска	337
§ 4. Другие методы сведения многомерных задач к задачам меньшей размерности	342
§ 5. Решение стационарных задач путем установления	345
§ 6. Что и как оптимизировать?	353
8 Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	364
§ 1. Решение задачи Коши с помощью формулы Тейлора	365
§ 2. Методы Рунге—Кутты	367
§ 3. Методы с контролем погрешности на шаге	373
§ 4. Оценки погрешности одношаговых методов	375
§ 5. Конечно-разностные методы	380
§ 6. Метод неопределенных коэффициентов.....	383
§ 7. Исследование свойств конечно-разностных методов на модельных задачах	387
§ 8. Оценка погрешности конечно-разностных методов	392
§ 9. Особенности интегрирования систем уравнений	400
§ 10. Методы численного интегрирования уравнений второго порядка	412

§ 11. Оптимизация распределения узлов интегрирования	415
9 Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	420
§ 1. Простейшие методы решения краевой задачи для уравнений второго порядка	420
§ 2. Функция Грина сеточной краевой задачи	426
§ 3. Решение простейшей краевой сеточной задачи	431
§ 4. Замыкания вычислительных алгоритмов	439
§ 5. Обсуждение постановок краевых задач для линейных систем первого порядка	447
§ 6. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка	452
§ 7. Нелинейные краевые задачи	458
§ 8. Аппроксимации специального типа	464
§ 9. Конечно-разностные методы отыскания собственных значений	476
§ 10. Построение численных методов с помощью вариационных принципов	479
§ 11. Улучшение сходимости вариационных методов в нерегулярном случае	489
§ 12. Влияние вычислительной погрешности в зависимости от формы записи конечно-разностного уравнения	491
10 Методы решения уравнений в частных производных	498
§ 1. Основные понятия теории метода сеток	500
§ 2. Аппроксимация простейших гиперболических задач	508
§ 3. Принцип замороженных коэффициентов	524
§ 4. Численное решение нелинейных задач с разрывными решениями	527
§ 5. Разностные схемы для одномерного параболического уравнения	531
§ 6. Разностная аппроксимация эллиптических уравнений	546
§ 7. Решение параболических уравнений с несколькими пространственными переменными	569
§ 8. Методы решения сеточных эллиптических уравнений	583
11 Численные методы решения интегральных уравнений	602
§ 1. Решение интегральных уравнений методом замены интеграла квадратурной суммой	602
§ 2. Решение интегральных уравнений с помощью замены ядра на вырожденное	607
§ 3. Интегральные уравнения Фредгольма первого рода	611
Заключение	620
Список литературы	624
Предметный указатель	629