

А.В. Фаминский

# ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПРОСТРАНСТВА ЭВОЛЮЦИОННОГО ТИПА

Учебное пособие

Москва  
Российский университет дружбы народов  
2011

УДК 517  
ББК 22.162.2  
Ф 20

У т в е р ж д е н о  
*РИС Ученого совета*  
*Российского университета*  
*дружбы народов*

Р е ц е н з е н т ы:

доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
высшей математики Национального исследовательского  
ядерного университета МИФИ

*В.Л. Камынин;*

доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
дифференциальных уравнений и математической физики  
Российского университета дружбы народов

*М.Ф. Сухинин*

**Фаминский А.В.**

**Ф 20** Функциональные пространства эволюционного типа  
[Текст] : учеб. пособие / А.В. Фаминский. – М. : РУДН,  
2011. – 144 с.

ISBN 978-5-209-03635-7

Пособие содержит систематическое изложение теории функциональных пространств, применяющихся при исследовании эволюционных уравнений с частными производными. Элементами таких пространств являются функции, отображающие интервал действительной прямой в некоторое банахово пространство. Данная теория в основном лежит вне рамок стандартных курсов функционального анализа.

Для студентов и аспирантов, обучающихся по математическим специальностям, а также специалистов в области дифференциальных уравнений и функционального анализа.

ISBN 978-5-209-03635-7

ББК 22.162.2

@ А.В. Фаминский, 2011

@ Российский университет дружбы народов, Издательство,  
2011

# Глава 1

## Введение

### 1.1 Предмет курса

Настоящее пособие является расширенным вариантом первой части специального курса "Нелинейные эволюционные уравнения", который автор на протяжении нескольких лет читает студентам-магистрантам по специальности "Математика. Прикладная математика" факультета физико-математических и естественных наук Российского университета дружбы народов.

Известно, что дифференциальные уравнения с частными производными широко применяются при моделировании различных процессов в природе и обществе. В свою очередь, среди подобных процессов важнейшее место занимают процессы, протекающие с течением времени, именуемые нестационарными. Для описания нестационарных процессов используются так называемые эволюционные дифференциальные уравнения с частными производными, то есть уравнения для неизвестных функций, зависящих от нескольких независимых переменных, среди которых выделена одна, называемая временем или временной переменной, а остальные называются пространственными переменными.

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
1.1	Предмет курса . . . . .	3
1.2	Исходные обозначения . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Измеримость и интегрируемость по Бохнеру</b>	<b>12</b>
2.1	Измеримость по Бохнеру . . . . .	12
2.2	Интеграл Бохнера . . . . .	24
2.3	Пространства суммируемых функций . . . . .	33
2.4	Интегрируемость по Бохнеру и по Лебегу . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Непрерывность и дифференцируемость</b>	<b>64</b>
3.1	Сильная и слабая непрерывность . . . . .	64
3.2	Сильная и слабая дифференцируемость . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Обобщённые производные</b>	<b>96</b>
4.1	Определение и свойства обобщённых производных . . . . .	96
4.2	Пространства Соболева . . . . .	113
	<b>Литература</b>	<b>133</b>
	<b>Предметный указатель</b>	<b>135</b>
	<b>Описание и программа курса</b>	<b>140</b>