

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Сибирский федеральный университет

И. И. Вайнштейн

**ПРОЦЕССЫ И СТРАТЕГИИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ  
С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ФУНКЦИЯМИ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ**

Монография

Красноярск  
СФУ  
2016

УДК 51 – 7

ББК 22.17

B141

Рецензенты: И. П. Олегин, доктор технических наук, профессор кафедры «Прочность летательных аппаратов» Новосибирского государственного технического университета;

К. В. Сафонов, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой прикладной математики Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева

**B141 Вайнштейн, И. И.**

Процессы и стратегии восстановления с изменяющимися функциями распределения в теории надежности : монография / И. И. Вайнштейн. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2016. – 192 с.

ISBN 978-5-7638-3506-9

Рассмотрены процессы и стратегии восстановления в теории надежности, задаваемые случайными величинами с изменяющимися функциями распределения. Основное внимание уделено изучению функции восстановления и ее минимизации, задачам нахождения оптимальных стратегий восстановления по критериям минимума интенсивности затрат и максимума коэффициента готовности. Приведены интегральные уравнения для функций восстановления рассматриваемых моделей, их решения для распределений, характерных в приложении теории надежности (экспоненциального, Эрланга и Вейбулла – Гнеденко), описано асимптотическое поведение характеристик процесса восстановления. Рассмотрены условия на параметры функций распределения и на стоимости восстановлений (аварийных и профилактических), при которых следует проводить стратегии с профилактикой. Предложены численные методы решения рассматриваемых в монографии задач, дано описание программы, реализующей эти методы.

Предназначена для научных работников, инженеров-практиков, прикладных математиков, занимающихся вопросами оптимального технического обслуживания сложных систем. Будет полезна преподавателям, студентам и аспирантам при изучении математической теории надежности.

**Электронный вариант издания см.:**  
**<http://catalog/sfu-kras/ru>**

**УДК 51 – 7**  
**ББК 22.17**

ISBN 978-5-7638-3506-9

© Сибирский федеральный университет, 2016

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>6</b>
<b>1. Общие сведения</b>	<b>10</b>
1.1. Надежность элемента . . . . .	10
1.2. Преобразования Лапласа и Лапласа – Стильтьеса . . . . .	13
1.3. Интенсивность отказов . . . . .	15
1.4. Законы надежности . . . . .	17
1.5. Надежность системы . . . . .	26
<b>2. Теория восстановления. Модели процессов восстановления</b>	<b>31</b>
2.1. Процесс восстановления. Функция восстановления . . . . .	31
2.2. Простой и общий процессы восстановления . . . . .	33
2.2.1. Асимптотическое (при $t \rightarrow \infty$ ) поведение некоторых характеристик общего процесса восстановления	40
2.3. Процесс восстановления $k$ -го порядка . . . . .	42
2.3.1. Функция восстановления процесса $k$ -го порядка при экспоненциальном распределении наработок .	44
2.4. Периодический процесс восстановления $k$ -го порядка . .	46
2.5. Процесс восстановления порядка $(k_1, k_2)$ . . . . .	49
2.6. Асимптотическое поведение функции восстановления процесса порядка $(k_1, k_2)$ . . . . .	52
2.7. Предельное распределение числа восстановлений процесса порядка $(k_1, k_2)$ при $t \rightarrow \infty$ . . . . .	58
2.8. Функция восстановления периодического процесса третьего порядка при экспоненциальном распределении наработок . . . . .	62
2.9. Альтернирующие процессы восстановления . . . . .	65

2.10. Представление $n$ -кратных сверток функций распределения в виде кратных рядов . . . . .	72
2.11. Функция восстановления процесса $k$ -го порядка при наработках, распределенных по закону Вейбулла – Гнеденко .	76
2.12. Функция восстановления периодического процесса восстановления $k$ -го порядка при наработках, распределенных по закону Вейбулла – Гнеденко . . . . .	78
2.13. Функция восстановления простого процесса при наработках, распределенных по закону Максвелла . . . . .	86
2.14. Функции восстановления $H_0(t)$ и $H_1(t)$ альтернирующего процесса второго порядка при экспоненциальном распределении . . . . .	88
2.15. Статистическое нахождение функции распределения и ее параметров . . . . .	91
2.15.1. Метод моментов получения точечных оценок неизвестных параметров смеси двух распределений Эрланга порядка $n$ . . . . .	95
2.15.2. Метод моментов получения точечных оценок неизвестных параметров смеси двух нормальных распределений . . . . .	98
<b>3. Стратегии восстановления</b>	<b>104</b>
3.1. Основные стратегии восстановления . . . . .	104
3.2. Интенсивность затрат. Коэффициент готовности . . . . .	106
3.3. Стратегия $C_c$ . . . . .	108
3.3.1. Стратегия $C_c$ при распределении наработок по закону Эрланга порядка $n$ . . . . .	111
3.3.2. Стратегия $C_c$ при распределении наработок по закону Вейбулла – Гнеденко . . . . .	113
3.4. Обобщенная стратегия $C_{co}$ . . . . .	114
3.4.1. Стратегия $C_{co}$ при распределении наработок по экспоненциальному закону . . . . .	118
3.4.2. Сравнение стратегий $C_{co}$ и $C_c$ . . . . .	120
3.5. Процесс восстановления порядка $(k_1, k_2)$ с учетом стоимости восстановлений . . . . .	121
3.6. Стратегия $C_b$ при процессе восстановления порядка $(k_1, k_2)$	128

3.6.1.	Стратегия $C_b$ для процесса восстановления $k$ -го порядка при экспоненциальном распределении наработок . . . . .	131
3.6.2.	Стратегия $C_b$ для простого процесса восстановления при распределении Эрланга . . . . .	133
3.7.	Коэффициент готовности стратегии $C_c$ . . . . .	137
3.7.1.	Стратегии $C_a$ , $C_b$ , $C_c$ для простого процесса, образованного смесью двух экспоненциальных распределений . . . . .	142
3.8.	Оптимизация порядка замен по минимуму среднего числа отказов при процессе восстановления порядка $(k_1, k_2)$ . .	144
<b>4.</b>	<b>Численные методы вычисления сверток функций распределения наработок и функции восстановления процесса восстановления порядка <math>(k_1, k_2)</math></b>	<b>150</b>
4.1.	Квадратурные формулы вычисления сверток любого порядка . . . . .	151
4.2.	Методы приближенного вычисления функции восстановления . . . . .	155
<b>Приложения</b>		<b>159</b>
Приложение 1.	Квадратурная формула Гаусса вычисления интеграла $\int_0^{\tau} \bar{F}(t)dt$ . . . . .	159
Приложение 2.	Описание программы . . . . .	162
Приложение 3.	Примеры расчетов по программе . . . . .	175
Приложение 4.	Точность вычисления функции восстановления . . . . .	182
Список литературы	. . . . .	184