

УДК 373.167.1:512+512(075.3)

ББК 22.14я721

МЗ4

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Авторы: С. М. Никольский, М. К. Потапов,
Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин

На учебник получены **положительные** заключения
научной (заключение РАО № 475 от 14.11.2016 г.),
педагогической (заключение РАО № 164 от 05.10.2016 г.)
и **общественной** (заключение РКС № 158-ОЭ от 19.12.2016 г.) экспертиз

Издание выходит в pdf-формате.

Условные обозначения:

1.1 — пункт для базового уровня



— начало материала, необязательного
для базового уровня



— окончание материала, необязательного
для базового уровня

1.7* — пункт для углублённого уровня



— факты, свойства, определения, формулы,
которые нужно помнить

4.9° — задания для устной работы

1.2 — задания для базового уровня

5.4* — задания повышенной трудности

2.5 — задания для углублённого уровня

5.90* — задания для углублённого уровня повышенной трудности

111 — задания для повторения

Математика: алгебра и начала математического анализа,
МЗ4 геометрия. Алгебра и начала математического анализа.

11 класс : базовый и углублённый уровни : учебник : издание
в pdf-формате / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Ре-
шетников, А. В. Шевкин. — 9-е изд., стер. — Москва : Про-
свещение, 2022. — 464 с. : ил. — (МГУ — школе).

ISBN 978-5-09-101574-4 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-087641-4 (печ. изд.).

Учебник позволяет изучать материал курса алгебры и начал математиче-
ского анализа на базовом уровне, рассчитанном на 3 часа в неделю, а также
на углублённом уровне в двух вариантах, рассчитанных на 4 и на 5 часов
в неделю.

Учебник нацелен на подготовку учащихся к обучению в вузах.

УДК 373.167.1:512+512(075.3)

ББК 22.14я721

ISBN 978-5-09-101574-4 (электр. изд.)

ISBN 978-5-09-087641-4 (печ. изд.)

© АО «Издательство «Просвещение»,
2014, 2019

© Художественное оформление.

АО «Издательство «Просвещение»,
2014, 2019

Все права защищены

Оглавление

ГЛАВА I. ФУНКЦИИ. ПРОИЗВОДНЫЕ. ИНТЕГРАЛЫ

§ 1. Функции и их графики	3
1.1. Элементарные функции	3
1.2. Область определения и область изменения функции. Ограниченность функции	5
1.3. Чётность, нечётность, периодичность функций	8
1.4. Промежутки возрастания, убывания, знакопостоянства и нули функций	14
1.5. Исследование функций и построение их графиков элементарными методами	18
1.6. Основные способы преобразования графиков	21
1.7*. Графики функций, содержащих модули	34
1.8*. Графики сложных функций	39
§ 2. Предел функции и непрерывность	45
2.1. Понятие предела функции	45
2.2. Односторонние пределы	49
2.3. Свойства пределов функций	56
2.4. Понятие непрерывности функции	60
2.5. Непрерывность элементарных функций	65
2.6*. Разрывные функции	67
§ 3. Обратные функции	72
3.1. Понятие обратной функции	72
3.2*. Взаимно обратные функции	75
3.3*. Обратные тригонометрические функции	80
3.4*. Примеры использования обратных тригонометрических функций	85
§ 4. Производная	89
4.1. Понятие производной	89
4.2. Производная суммы. Производная разности	96
4.3*. Непрерывность функции, имеющей производную. Дифференциал	99
4.4. Производная произведения. Производная частного	101
4.5. Производные элементарных функций	103
4.6. Производная сложной функции	108
4.7*. Производная обратной функции	111
§ 5. Применение производной	114
5.1. Максимум и минимум функции	114
5.2. Уравнение касательной	121
5.3. Приближённые вычисления	125
5.4*. Теоремы о среднем	127
5.5. Возрастание и убывание функции	129
5.6. Производные высших порядков	134

5.7*.	Выпуклость графика функции	137
5.8*.	Экстремум функции с единственной критической точкой	141
5.9.	Задачи на максимум и минимум	145
5.10*.	Асимптоты. Дробно-линейная функция	149
5.11.	Построение графиков функций с применением производных	156
5.12*.	Формула и ряд Тейлора	162
§ 6.	Первообразная и интеграл	167
6.1.	Понятие первообразной	167
6.2*.	Замена переменной. Интегрирование по частям	173
6.3.	Площадь криволинейной трапеции	175
6.4.	Определённый интеграл	178
6.5*.	Приближённое вычисление определённого интеграла	181
6.6.	Формула Ньютона — Лейбница	185
6.7.	Свойства определённого интеграла	191
6.8*.	Применение определённых интегралов в геометрических и физических задачах	196
6.9*.	Понятие дифференциального уравнения	202
6.10*.	Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям	206
Исторические сведения		212

ГЛАВА II. УРАВНЕНИЯ. НЕРАВЕНСТВА. СИСТЕМЫ

§ 7.	Равносильность уравнений и неравенств	214
7.1.	Равносильные преобразования уравнений	214
7.2.	Равносильные преобразования неравенств	219
§ 8.	Уравнения-следствия	225
8.1.	Понятие уравнения-следствия	225
8.2.	Возведение уравнения в чётную степень	229
8.3.	Потенцирование логарифмических уравнений	231
8.4.	Другие преобразования, приводящие к уравнению-следствию	233
8.5.	Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению-следствию	237
§ 9.	Равносильность уравнений и неравенств системам	240
9.1.	Основные понятия	240
9.2.	Решение уравнений с помощью систем	243
9.3.	Решение уравнений с помощью систем (продолжение)	247
9.4*.	Уравнения вида $f(\alpha(x)) = f(\beta(x))$	253
9.5.	Решение неравенств с помощью систем	256
9.6.	Решение неравенств с помощью систем (продолжение)	260
9.7*.	Неравенства вида $f(\alpha(x)) > f(\beta(x))$	263
§ 10.	Равносильность уравнений на множествах	266
10.1.	Основные понятия	266
10.2.	Возведение уравнения в чётную степень	268
10.3*.	Умножение уравнения на функцию	270
10.4*.	Другие преобразования уравнений	273
10.5*.	Применение нескольких преобразований	277
10.6*.	Уравнения с дополнительными условиями	281

§ 11. Равносильность неравенств на множествах	283
11.1. Основные понятия	283
11.2. Возведение неравенства в чётную степень	285
11.3*. Умножение неравенства на функцию	288
11.4*. Другие преобразования неравенств	290
11.5*. Применение нескольких преобразований	294
11.6*. Неравенства с дополнительными условиями	298
11.7*. Нестрогие неравенства	301
§ 12. Метод промежутков для уравнений и неравенств	303
12.1. Уравнения с модулями	303
12.2. Неравенства с модулями	307
12.3. Метод интервалов для непрерывных функций	311
§ 13*. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств	314
13.1*. Использование областей существования функций	314
13.2*. Использование неотрицательности функций	317
13.3*. Использование ограниченности функций	319
13.4*. Использование монотонности и экстремумов функций	325
13.5*. Использование свойств синуса и косинуса	328
§ 14. Системы уравнений с несколькими неизвестными	331
14.1. Равносильность систем	331
14.2. Система-следствие	337
14.3. Метод замены неизвестных	344
14.4*. Рассуждения с числовыми значениями при решении систем уравнений	348
§ 15*. Уравнения, неравенства и системы с параметрами	355
15.1*. Уравнения с параметром	355
15.2*. Неравенства с параметром	360
15.3*. Системы уравнений с параметром	363
15.4*. Задачи с условиями	367
Исторические сведения	374

ГЛАВА III. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

§ 16*. Алгебраическая форма и геометрическая интерпретация комплексных чисел	379
16.1*. Алгебраическая форма комплексного числа	379
16.2*. Сопряжённые комплексные числа	384
16.3*. Геометрическая интерпретация комплексного числа	386
§ 17*. Тригонометрическая форма комплексных чисел	390
17.1*. Тригонометрическая форма комплексного числа	390
17.2*. Корни из комплексных чисел и их свойства	396
§ 18*. Корни многочленов. Показательная форма комплексных чисел	401
18.1*. Корни многочленов	401
18.2*. Показательная форма комплексного числа	405
Исторические сведения	408

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ	410
Приложения	437
1. Таблица производных	437
2. Таблица интегралов	438
3. Свойства логарифмов	438
4. Основные формулы тригонометрии	439
5. Простейшие тригонометрические уравнения	439
Предметный указатель	440
Ответы.	442
Список литературы	460

Учебное издание

Серия «МГУ — школе»

Никольский Сергей Михайлович
Потапов Михаил Константинович
Решетников Николай Николаевич
Шевкин Александр Владимирович

Математика: алгебра и начала
математического анализа, геометрия

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
11 класс

Базовый и углублённый уровни
 Учебник

Центр математики

Ответственный за выпуск *П. А. Бессарабова*
 Редактор *Л. В. Кузнецова*
 Младшие редакторы *Е. А. Андреевкова, С. В. Дубова*
 Художники *П. С. Барбаринский, О. П. Богомолова*
 Художественный редактор *Т. В. Глушкова*
 Компьютерная графика *А. Г. Вьюниковской, И. В. Губиной,*
К. В. Солоненко, О. Ю. Тупикиной
 Технический редактор и верстальщик *А. Г. Хуторовская*
 Корректор *Т. А. Дич*

Подписано в печать 12.08.2021. Формат 70×90/16. Гарнитура SchoolBookCSanPin.
 Уч.-изд. л. 36,42 + 0,55 форз. Усл. печ. л. 33,93.
 Тираж экз. Заказ № .

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
 Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16,
 стр. 3, этаж 4, помещение I.

Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru.