И.М.Михалевич
С.П.Примина

Применение математических методов при анализе геологической информации
(с использованием EXCEL)

ИРКУТСК 2001

Министерство образования Российской Федерации

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

И.М. Михалевич

С.П. Примина

Применение математических методов при анализе геологической информации

(с использованием EXCEL)

Учебное пособие

Часть 1

Иркутск 2001

ŋqdqɐeɎ bɆ dәdɆbɎзә d ɕɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɐè

Введение

Затянувшийся вопрос о применимости математических методов в практике геологических работ давно исчерпал себя и в настояшее время геологи различных специальностей все больше стараются применять в своей повседневной работе численные методы. При этом геологи часто недостаточно представляют себе и сами математические (статистические)методы и что они могут дать геологу – исследователю в решении практических задач.

Применение же численных методов целесообразно на всех этапах геологических работ – от анализа первичной геологической информации до использования их при построении прогнозных разрезов и карт различного профиля и при подсчете запасов того или иного полезного ископаемого. При этом арсенал математических методов весьма обширен.

Первый выпуск данного пособия предназначен для ознакомления с основами теории вероятности и с началами математической статистики и включает в себя вопросы, связанные с изучением распределения вероятностей, теорией выборочного метода, проверкой статистических гипотез, анализа вариационного ряда, ознакомлением с некоторыми критериями сравнения выборок.

Учебное пособие состоит из четырех частей, первые три части которого знакомят с теоретическими вопросами, с наглядными примерами. Четвертая часть посвящена использованию электронной таблицы EXCEL при статистических расчетах и предназначена для на практических занятий по курсам, связанным как с изучением численных методов в геологии, так и с изучением самой электронной таблицы.

Часть 1. ВЕРОЯТНОСТЬ

В любом явлении существует некоторое множество (иногда бесконечное) возможных исходов, которые находятся в вероятностной зависимости, описываемой частотой встречаемости. Анализируя вероятности этих исходов, можно оценить поведение изучаемого объекта или события в прошлом или будущем.

Каждый из нас имеет интуитивное представление о вероятности. Например, если вас спросят, будет ли завтра дождь, вы ответите с некоторой степенью уверенности, что дождь либо возможен, либо невозможен, или в редком случае, что дождь будет обязательно, или, наоборот, что дождя наверняка не будет. Одним из способов выражения нашей уверенности является числовая шкала, например, процентная. Если мы полагаем, что вероятность того, что пойдет дождь 30%, то вероятность того, что дождя не будет, равна 70%.

Обычно выражают вероятность числами от 0 до 1 или эквивалентным числом процентов от 0 до 100%. Если мы говорим, что вероятность дождя завтра 0, мы абсолютно уверены в том, что дождя завтра не будет. Однако, если мы говорим, что вероятность дождя 1, мы абсолютно уверены в том, что дождь будет. Вероятность, выраженная таким способом, соответствует утверждению о правдоподобии события. Абсолютной уверенности соответствуют крайние значения шкалы, а различной степени уверенности — промежуточные. Например, если мы говорим, что вероятность дождя завтра равна 1/2 (а значит, и того, что дождя не будет, тоже 1/2), мы выражаем свою точку зрения с наименьшей степенью уверенности. Если мы говорим, что вероятность дождя равна 3/4 (а того, что дождя не будет, 1/4), мы выражаем меньшую степень неуверенности, так как вероятность дождя в 3 раза больше вероятности того, что дождя не будет.

Наши оценки вероятности появления дождя могут быть основаны на многих факторах, а также на субъективных ощущениях. Мы будем использовать подход, позволяющий на основании предшествующего поведения явления, (например, погода), предвидеть его будущее. Такой подход к определению вероятности через «относительные частоты» интуитивно приемлем, так как эта концепция тесно связана с понятием однородности. В некоторых случаях бывают полезны другие подходы к определению вероятности, но мы не будем на них останавливаться, так как они подробно изложены в работах /1,2/.

Пример с дождем является дискретным, так как здесь дождь может быть, а может и не быть. Классический дискретный пример, приводимый во всех руководствах по теории вероятностей, связан с бросанием правильной монеты. Одно бросание имеет два исхода: герб и решка, которые равновероятны. Поэтому вероятность выпадения герба равна 1/2. Это, конечно, означает не то, что в каждом втором бросании выпадет герб, а скорее то, что при достаточно большом числе бросаний приблизительно половина исходов — гербы. Бросание монеты — очень хороший пример для иллюстрации определения вероятности. Событие имеет два исхода, и один из них обязательно будет иметь место; если не учитывать очень малую вероятность того, что монета может встать ребром, то всегда выпадет либо герб, либо решка.

На основе схемы бросания монеты можно построить интересную последовательность вероятностей. Если вероятность выпадения герба равна 1/2, то вероятность выпадения двух гербов при двух бросаниях равна 1/2*1/2= 1/4. Далее вероятность выпадения трех гербов при трех бросаниях равна 1/2 • 1/2 •1/2 = 1/8. Обоснование этой прогрессии простое. В первом бросании вероятность выпадения герба 1/2. Так как исход второго бросания не зависит от первого, наши возможности получить герб во втором бросании снова 1/2. Подобно этому, третье бросание не зависит от предыдущих, и вероятность выпадения герба в третьем бросании снова равна 1/2. Итак, вероятность выпадения трех гербов составляет «половину половины половины».

Предположим, что теперь нам нужно определить вероятность выпадения только одного

ŋqdqʎeʎ bɆ dɘdɆbʎɜe d ɛɔɑbɔʎ Ɉqddʎqʎè

герба в трех бросаниях.

Имеются следующие возможные исходы (Г—герб; Р—решка):

ГГГ ГРГ РРР
ГГР РГГ [РГР]
[ГРР] [РРГ]

В скобках взяты те комбинации, которые удовлетворяют нашим требованиям, т. е. они содержат только один герб. Так как имеется 8 различных комбинаций, вероятность получения только одного герба при трех бросаниях равна 3/8.

Полученное нами число представляет собой число возможных комбинаций из трех по одному. Обобщая этот пример, можно определить число возможных сочетаний из n элементов по r.

Это число символически изображается так $\left(\frac{n}{r}\right)$

Можно доказать, что число сочетаний из n элементов по r равно

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Восклицательный знак обозначает факториал, и n! есть произведение n последовательных целых чисел:

n!==1,2,3,...,n. Значение 3! равно 3*2*1=6. В нашей задаче

$$\left(\frac{3}{1}\right) = \frac{3!}{1!(3-1)!} = \frac{3*2*1}{1*(2*1)} = \frac{6}{2} = 3,$$

т. е. имеется три возможные комбинации, содержащие один герб. Так же вычислим число возможных комбинаций, содержащих два герба:

$$\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3*2*1}{2*1(!)} = \frac{6}{2} = 3$$

ГГГ [ГРГ] РРР
[ГГР] [РГГ] РГР
ГРР РРГ

Требуемые комбинации взяты в скобки. Наконец, сколько возможных комбинаций при трех бросаниях содержат три герба?

$$\left(\frac{3}{3}\right) = \frac{3!}{3!(3-3)!} = \frac{3*2*1}{3*2*1(1)} = 1.$$

Заметим, что по определению число 0! равно не нулю, а 1. Наконец, остается возможность, когда при трех бросаниях не выпадает ни одного герба, и число таких комбинаций будет равно

$$\left(\frac{3}{0}\right) = \frac{3!}{0!(3-0)!} = \frac{3*2*1}{1(3*2*1)} = 1$$

Таким образом, при трех бросаниях монеты имеется одна возможность не получить ни одного герба, три возможности получить один герб, три возможности получить два герба