

Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирский федеральный университет

В. А. Шершнева
О. А. Карнаухова

СБОРНИК ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Допущено Учебно-методическим объединением вузов
по университетскому политехническому образованию в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по машиностроительным и приборостроительным
направлениям подготовки, 30.12.2010

2-е издание, исправленное и дополненное

Красноярск
СФУ
2011

УДК 519(07)
ББК 22.12я73
Ш507

Рецензенты:

В. А. Охорзин, д-р техн. наук, проф. кафедры «Прикладная математика» СибГАУ им. акад. М. Ф. Решетнева;

А. К. Шлепкин, д-р физ.-мат. наук, проф. зав. кафедрой «Высшая математика» КрасГАУ

Шершнева, В. А.

Ш507 Сборник прикладных задач по математике: учеб. пособие / В. А. Шершнева, О. А. Карнаухова. — 2-е изд. испр. и доп. — Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2011. — 219 с.
ISBN 978-5-7638-2410-0

Приведены краткие теоретические сведения и задачи прикладного характера, охватывающие основные разделы математики. Даны подробные решения наиболее трудных задач с описанием их применения в инженерной практике.

Предназначен для студентов, обучающихся по машиностроительным и приборостроительным направлениям подготовки. Представляет интерес для студентов инженерных направлений подготовки.

УДК 519(07)
ББК 22.12я73

© Сибирский
федеральный
университет, 2011

ISBN 978-5-7638-2410-0

Предисловие ко второму изданию

Первое издание Сборника прикладных задач по математике вышло в 2008 году. С тех пор в российской системе высшего профессионального образования произошли значительные изменения, направленные на её модернизацию. Прежде всего, это относится к переходу на федеральные государственные образовательные стандарты (ФГОС), которые предъявляют новые требования к математической компетентности выпускника инженерного вуза.

Настоящее издание является переработанным и дополненным: уточнено содержание задач, добавлены исторические сведения, доработан теоретический материал, в гл. 14 даны решения прикладных задач в обучающей электронной среде.

Основное содержание сборника изложено в 12 главах: «Матрицы и системы линейных уравнений», «Векторы», «Аналитическая геометрия», «Введение в анализ», «Дифференциальное исчисление функций одной переменной», «Интегральное исчисление функций одной переменной», «Функции нескольких переменных», «Дифференциальные уравнения», «Кратные и криволинейные интегралы», «Ряды», «Теория вероятностей» и «Математическая статистика».

С учетом возрастающей роли информационно-коммуникационных технологий в процессе математического моделирования в сборник включены гл. 13 «Решение математических задач с помощью пакетов прикладных программ» и гл. 14 «Реализация решения прикладных математических задач в web-ориентированной обучающей среде Moodle».

Прикладные задачи, представленные в настоящем сборнике, предназначены для рассмотрения на лекциях, практических занятиях и самостоятельной работы студентов (для этого разработана web-ориентированная обучающая среда). Среди задач, включённых в сборник, имеются междисциплинарные и профессионально направленные задачи (связанные с направлением инженерной подготовки студента). Поскольку прикладные задачи могут вызывать дополнительные трудности, каждая глава содержит краткий теоретический материал, основные формулы, связанные с приложениями, а также примеры решения задач.

Многие задачи снабжены указаниями к решению, а наиболее трудные — полными решениями. В конце сборника приведены ответы к задачам. Часть задач составлена самими авторами, а часть взята из сборников, приведённых в библиографическом списке.

Необходимо отметить, что методологической основой данного сборника задач является теория контекстного обучения, созданная членом-корреспондентом Российской академии образования А. А. Вербицким и его научной школой. Учтён также опыт работы коллектива кафедры прикладной математики и компьютерной безопасности Сибирского федерального университета (СФУ) в процессе обучения математике студентов инженерных направлений подготовки.

Авторы выражают глубокую благодарность заместителю директора по научной работе Института космических и информационных технологий СФУ д-ру физ.-мат. наук, профессору М. В. Носкову за оказанную помощь в издании сборника, д-ру физ.-мат. наук, профессору Н. Н. Осипову и канд. физ.-мат. наук, доценту Т. О. Кочетковой за организацию подготовки сборника к изданию, старшему преподавателю Т. В. Зыковой, а также сотрудникам отдела обучающих систем СФУ за содействие при разработке и внедрении электронного курса «Прикладные задачи по математике».

Авторы будут благодарны за отзывы и замечания, а также новые прикладные задачи, которые просят направлять по электронному адресу: vshershneva@yandex.ru.

Введение

Математика является одной из древнейших наук. Она зародилась под влиянием потребностей практической деятельности человечества как прикладная наука. Мореплавание, землемерие, строительство, торговля, государственное управление требовали развития арифметики и геометрии. Историческое развитие математики превратило её в логически стройную систему. Однако многочисленные задачи естествознания и техники ставят перед математикой всё новые задачи. В процессе их решения она продолжает развиваться, сохраняя свою прикладную суть.

Многие математические результаты внесли и продолжают вносить важный вклад в науку и технику. Среди них общеизвестны: теория реактивного движения ракет, формула для расчёта подъёмной силы крыла, объяснение явления флаттера — разрушительной вибрации самолёта, методы расчёта ядерных реакторов, теория кумулятивного взрыва. Значение математики для инженерной деятельности огромно, и потому будущему инженеру необходимо получить математическую подготовку высокого качества.

Цель обучения математике в инженерном вузе состоит в том, чтобы будущие инженеры получили фундаментальную математическую подготовку и математическую культуру, а также навыки математического моделирования в области будущей профессиональной деятельности, в том числе с применением информационных компьютерных технологий. Все составляющие этой цели принципиально важны.

Однако их нелегко достичь, если содержание обучения математике абстрактно и изолировано от специфики инженерной работы. В этой ситуации, например, трудно сформировать навыки математического моделирования инженерных объектов и процессов. Дисциплина «Математика» часто предстаёт исключительно как совокупность абстрактных понятий и теорем, и её прикладной характер в учебном процессе разглядеть почти невозможно.

«Вернуть» на занятия прикладную сущность математики, показать связь изучаемых понятий и теорем с инженерной практикой, други-

ми учебными дисциплинами могут прикладные математические задачи. Если содержание такой задачи связано с работой будущего инженера, то для него эта задача — профессионально направленная, его познавательная активность возрастает, повышается качество фундаментальной математической подготовки, формируются навыки математического моделирования.

Как правило, этап построения математической модели наиболее сложен. Каждая из прикладных задач создаёт проблемную ситуацию, в которой необходимо понять, с чего начать применение математических знаний. Именно в ситуации, которую можно выразить поговоркой «Пойди туда, не знаю куда, найди то, не знаю что» по-настоящему активизируется мышление. Накапливая по крупицам опыт применения математических знаний за пределами предметного поля математики, будущий инженер учится применять их в профессиональной деятельности, формируется его математическая компетентность.

Авторы считают, что следует оптимально сочетать фундаментальность и прикладную направленность обучения, использовать эти задачи в единстве с традиционными математическими задачами, широко представленными в сборниках задач для студентов инженерных вузов. Подбирая задачи соответствующей профессиональной направленности и оптимально «вкрапляя» их в содержание обучения, можно эффективно учить будущего инженера применять знания по основным разделам математики в профессиональной деятельности. В двух последних главах показано, как можно решать математические задачи с помощью пакетов прикладных программ MathCad, Maple, Excel, а также обучающей электронной среды.

В заключение подчеркнём, что задачи, включённые в данный сборник, предназначены для установления более тесных связей содержания обучения математике с инженерной деятельностью.

Оглавление

Предисловие ко второму изданию	3
Введение	5
Глава 1. Матрицы и системы линейных уравнений	7
Глава 2. Векторы	17
Глава 3. Аналитическая геометрия	26
Глава 4. Введение в анализ	39
Глава 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	46
Глава 6. Интегральное исчисление функций одной переменной	55
Глава 7. Функции нескольких переменных	77
Глава 8. Дифференциальные уравнения	85
Глава 9. Кратные и криволинейные интегралы	96
Глава 10. Ряды	109
Глава 11. Теория вероятностей	121
Глава 12. Математическая статистика	137
Глава 13. Решение математических задач с помощью пакетов прикладных программ	147
Глава 14. Реализация решения прикладных математических задач в web-ориентированной обучающей среде Moodle	170
Решения и ответы	182
Библиографический список	218