

УДК 539.31
ББК 22.25
В21

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Южного федерального университета*

Рецензенты:

доцент, доктор физико-математических наук Н. В. Боев;
заведующий кафедрой, доктор физико-математических наук
А. Н. Соловьев

*Учебник подготовлен и издан в рамках национального проекта
«Образование» по «Программе развития федерального государственного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
“Южный федеральный университет” на 2007–2010 гг.»*

Ватульян, А. О.

В21 Обратные и некорректные задачи: учебник / А. О. Ватульян, О. А. Беляк,
Д. Ю Сухов, О. В. Явруян; Южный федеральный университет. — Ростов-
на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2011. —
232 с.

ISBN 978-5-4358-0908-9

Целью настоящего учебника является комплексное изложение особенностей обратных задач. Собраны и изложены наиболее часто встречающиеся в приложениях обратные и некорректные задачи с большим количеством примеров.

В учебнике представлены основные понятия, определения, теоремы функционального анализа и теории обратных и некорректных задач, перечислены их основные свойства. Изложены методы регуляризации и численные схемы их реализации, способы преодоления некорректности. Исследованы модельные линейные и нелинейные обратные задачи. В конце каждого раздела предлагаются контрольные вопросы и проектные задания.

Для студентов и аспирантов высших учебных заведений математических и инженерных специальностей.

УДК 539.31
ББК 22.25

ISBN 978-5-4358-0908-9

© Южный федеральный университет, 2011
© А. О. Ватульян, О. А. Беляк,
Д. Ю Сухов, О. В. Явруян, 2011
© Оформление. Макет. Издательство
Южного федерального университета

Содержание

Список сокращений	6
Введение	7
Общие положения	9
Модуль 1. Прямые и обратные задачи. Понятие о некорректных задачах и методах регуляризации	10
Раздел 1. Некоторые аспекты математической постановки задач математического моделирования и необходимые сведения из функционального анализа и теории операторов	10
1.1. Математические модели процессов в естествознании. Прямая и обратная задача. Классификация обратных задач.....	10
1.2. Некоторые сведения из функционального анализа и теории операторов	20
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к разделу 1...	29
Тест рубежного контроля к разделу 1	31
Раздел 2. Понятие о корректной и некорректной задаче.....	32
1.3. Корректность по Адамару.....	32
1.4. Некорректные задачи. Примеры. Причины некорректности	35
1.5. Корректность по Тихонову (условная корректность) и l -корректность...	42
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к разделу 2...	46
Тест рубежного контроля к разделу 2	47
Раздел 3. Методы решения некорректных задач	48
1.6. Способы преодоления некорректности. Основные методы регуляризации (метод квазирешений, метод регуляризации Тихонова, метод регуляризации на компактных множествах, метод итерационной регуляризации).....	48
1.7. Регуляризованные методы вычисления значений неограниченных операторов. Численное дифференцирование.....	60
1.8. Дискретизация некорректных задач. Регуляризованные методы анализа конечномерных некорректных задач.....	70
1.9. Методы решения обратных конечномерных задач на основе генетических алгоритмов.....	75
1.10. Некоторые особенности обратных задач и общие методы их исследования	82
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к разделу 3...	91

Тест рубежного контроля к разделу 3	93
Проектное задание к модулю 1	94
Литература к модулю 1	96
Модуль 2. Линейные обратные задачи.....	98
2.1. Линейные обратные задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.....	98
Линейные обратные задачи для уравнений в частных производных	100
2.2. Ретроспективные обратные задачи. Постановка ретроспективной задачи первого типа и ее решение на основе метода сингулярных разложений	100
2.3. Решение обратных задач первого типа на основе метода квазиобращения	105
2.4. Ретроспективная задача второго типа и ее исследование.....	107
2.5. Граничные обратные задачи для эллиптических операторов.....	110
2.6. Граничная обратная задача для прямоугольника.....	116
2.7. Граничная обратная задача для полосы	119
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к модулю 2.....	124
Тест рубежного контроля к модулю 2.....	125
Проектное задание к модулю 2	126
Литература к модулю 2	127
Модуль 3. Нелинейные обратные задачи.....	129
Раздел 1. Коэффициентные обратные задачи.....	131
3.1. Об определении постоянных коэффициентов в линейных моделях	131
3.2. Обратные задачи динамики.....	134
3.3. Обратные задачи для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений	138
3.4. Конечномерные нелинейные обратные задачи (идентификация полимерных материалов на основе дифференциальной формы определяющих соотношений).....	142
3.5. Об идентификации ростовых коэффициентов	147
3.6. Обратные коэффициентные задачи для упругого стержня.....	150
3.7. Обратные коэффициентные задачи при анализе изгибных колебаний вязкоупругого стержня	157
3.8. О выборе начального приближения в коэффициентных обратных задачах...	163
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к разделу 1 ...	171
Тест рубежного контроля к разделу 1	171
Раздел 2. Нелинейные коэффициентные обратные задачи для уравнений в частных производных	174

3.9. Коэффициентные обратные задачи несвязанной термоупругости (к определению коэффициента температуропроводности).....	174
3.10. Коэффициентные обратные задачи электроупругости.....	178
3.11. Формулировка итерационных процессов в обратных коэффициентных задачах теории упругости	183
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к разделу 2...	190
Тест рубежного контроля к разделу 2	191
Раздел 3. Геометрические обратные задачи.....	193
3.12. Геометрические обратные задачи об идентификации полостей в акустике.....	193
3.13. Определение формы приповерхностной полости	198
3.14. Идентификация трещины в упругой среде	202
3.15. Асимптотический метод построения операторных соотношений в задачах идентификации трещин.....	209
3.16. Асимптотические методы при решении задач идентификации дефектов.....	217
Контрольные вопросы и задачи для самостоятельного решения к разделу 3...	225
Тест рубежного контроля к разделу 3	226
Проектное задание к модулю 3	227
Литература к модулю 3	228
Заключительные рекомендации	231