

УДК 373.167.1:514+514(075.3)
ББК 22.151я721
П64

Учебник допущен к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность, в соответствии с Приказом Министерства просвещения Российской Федерации № 254 от 20.05.2020 (в редакции приказа № 766 от 23.12.2020).

Потоскуев, Евгений Викторович.
П64 Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия : 11-й класс : углублённый уровень : учебник / Е. В. Потоскуев, Л. И. Звавич. — 10-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2023. — 384 с. : ил.
ISBN 978-5-09-110488-2.

Учебник является частью УМК для 10—11 классов, предназначенного для изучения предмета на углублённом уровне. Обязательный материал структурирован по главам: преобразования пространства, многогранники и фигуры вращения. Есть в учебнике и дополнительный материал. Высокие результаты усвоения геометрии достигаются решением большого количества разнообразных задач, дифференцированных по уровню сложности, из задачника.

УДК 373.167.1:514+514(075.3)
ББК 22.151я721

Учебное издание
Потоскуев Евгений Викторович
Звавич Леонид Исаакович
Математика: алгебра
и начала математического анализа,
геометрия
ГЕОМЕТРИЯ
11 класс. Углублённый уровень
Учебник



Центр математики, физики и астрономии
Ответственный за выпуск *П. А. Бессарабова*
Редактор *Т. С. Зельдман*. Художественный редактор *А. А. Шувалова*
Технический редактор *И. В. Грибова*
Компьютерная вёрстка *С. Л. Мамедовой*. Корректор *Г. И. Мосякина*
Подписано в печать 25.08.2023. Формат 60 × 90 / 16. Гарнитура «Школьная».
Усл. печ. л. 24,1. Тираж экз. Заказ № .
Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская,
д. 16, стр. 3, помещение 1Н.
Адрес электронной почты «Горячей линии» — vopros@prosv.ru.

ISBN 978-5-09-110488-2

© АО «Издательство «Просвещение», 2022
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2022
Все права защищены

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА	
§ 1. Отображения пространства	5
§ 2. Преобразования пространства	8
2.1. Определение преобразования. Центральная симметрия пространства	8
2.2. Обратное преобразование	11
2.3. Композиция преобразований	12
§ 3. Движения пространства.	
Общие свойства движений.	14
3.1. Определение движения. Композиция движений	14
3.2. Общие свойства движений	16
3.3. О движениях первого и второго рода в пространстве	22
3.4. О равенстве фигур в пространстве	23
3.5. Свойства центральной симметрии пространства ...	25
§ 4. Симметрия относительно плоскости	29
4.1. Определение симметрии относительно плоскости	29
4.2. Симметрия относительно плоскости в координатной форме	31
4.3. Симметрия относительно плоскости — движение пространства	32
4.4. Свойства симметрии относительно плоскости	32
§ 5. Параллельный перенос.	
Скольльзящая симметрия	33
5.1. Определение параллельного переноса	33
5.2. Параллельный перенос в координатах	34
5.3. Свойства параллельного переноса	35
5.4. Скольльзящая симметрия	37
§ 6. Поворот вокруг оси. Осевая симметрия.	
Зеркальный поворот. Винтовое движение	38
6.1. Определение поворота вокруг оси	38
6.2. Свойства поворота вокруг оси и осевой симметрии	43
6.3. Зеркальный поворот и винтовое движение	47
§ 7. Взаимосвязь различных движений пространства	48
7.1. Композиция двух симметрий относительно плоскости	48
7.2. Виды движений пространства	50

§ 8. Гомотетия и подобие пространства	55
8.1. Определение гомотетии пространства	55
8.2. Формулы и свойства гомотетии пространства	57
8.3. Подобие пространства. Разложение подобия в композицию гомотетии и движения	61
8.4. О подобии фигур в пространстве	64
Задания для работы с интернет-ресурсами	66

Глава 2. МНОГОГРАННИКИ

§ 9. Понятие многогранника	68
9.1. Геометрическое тело	68
9.2. Многогранник и его элементы	72
9.3. Развёртка	75
9.4. Свойства выпуклых многогранников	79
§ 10. Объёмы многогранников	82
10.1. О понятии объёма тела	82
10.2. Объём прямоугольного параллелепипеда	84
§ 11. Призма	86
11.1. Определение призмы. Виды призм	86
11.2. Боковая и полная поверхности призмы	91
11.3. Объём призмы	95
§ 12. Параллелепипед	97
12.1. Определение и свойства параллелепипеда	97
12.2. Объём параллелепипеда	105
§ 13. Трёхгранные и многогранные углы	106
13.1. Понятие о многогранном угле. Трёхгранный угол	106
13.2. Теорема косинусов и теорема синусов для трёхгранного угла	109
§ 14. Пирамида	111
14.1. Определение пирамиды и её элементов	111
14.2. Некоторые виды пирамид	112
14.3. Правильная пирамида	114
14.4. Площади боковой и полной поверхностей пирамиды	119
14.5. Свойства параллельных сечений пирамиды	122
14.6. Усечённая пирамида	123
14.7. Объём пирамиды	125
14.8. Об объёме тетраэдра	128
14.9. Объём усечённой пирамиды	130
§ 15. Правильные многогранники	131
15.1. Определение правильного многогранника	134
15.2. Пять типов правильных многогранников	134
Задания для работы с интернет-ресурсами	144

Глава 3. ФИГУРЫ ВРАЩЕНИЯ

§ 16. Фигуры вращения	146
16.1. Поверхность вращения	146
16.2. Тело вращения	148
§ 17. Цилиндр	150
17.1. Определение цилиндра и его элементов	150
17.2. Свойства цилиндра	152
17.3. Развёртка и площадь поверхности цилиндра	154
17.4. Призмы, вписанные в цилиндр и описанные около цилиндра	156
17.5. Объём цилиндра	160
§ 18. Конус	162
18.1. Определение конуса и его элементов	162
18.2. Сечения конуса	163
18.3. Касательная плоскость к конусу	165
18.4. Изображение конуса	166
18.5. Развёртка и площадь поверхности конуса	166
18.6. Свойства параллельных сечений конуса	168
18.7. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды	170
18.8. Усечённый конус	172
18.9. Поверхность усечённого конуса	174
18.10. Объёмы конуса и усечённого конуса	175
§ 19. Шар и сфера	176
19.1. Определения шара, сферы и их элементов	176
19.2. Изображение сферы	178
19.3. Уравнение сферы	181
19.4. Пересечение шара и сферы с плоскостью	182
19.5. Плоскость, касательная к сфере и шару	186
19.6. Вписанные и описанные шары и сферы	188
19.7. Площади поверхностей шара и его частей	192
19.8. Объёмы шара и его частей	198
Задания для работы с интернет-ресурсами	204

ДОПОЛНЕНИЯ

1. О применении определённого интеграла для нахождения объёмов тел вращения	206
1.1. Формула объёма тела вращения	206
1.2. Объёмы конуса, шара и его частей	209
2. О симметриях правильных многогранников	216
2.1. О самосовмещениях фигуры	216
2.2. Об элементах симметрии правильного многогранника. Двойственные правильные многогранники	220
2.3. Группа симметрий правильного тетраэдра	222

2.4. Группа симметрий куба	223
2.5. Группа симметрий правильного икосаэдра	225
3. О поверхностях второго порядка	227
3.1. Поверхности вращения в координатах	227
3.2. Поверхности вращения второго порядка	229
3.3. Линии второго порядка как плоские сечения конической поверхности	240
4. О векторном произведении двух векторов	246
5. О различных ветвях геометрии	256
5.1. Об элементарной геометрии	258
5.2. Об аналитической геометрии	263
5.3. О дифференциальной геометрии	272
5.4. О проективной геометрии	285
5.5. О неевклидовой геометрии Лобачевского	305
5.6. О сферической геометрии	324
5.7. О топологии	329
6. Об аксиоматическом построении геометрии	343
6.1. О построении трёхмерной евклидовой геометрии по Гильберту	344
6.2. Об обосновании трёхмерной евклидовой геометрии по Вейлю	348
Задания для работы с интернет-ресурсами	352

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Список основных теорем, изучаемых в 11 классе	354
Приложение 2. Формулы планиметрии	358
Приложение 3. Формулы стереометрии	364

ТЕМЫ ПРОЕКТОВ	372
---------------------	-----

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	373
----------------------------	-----

СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	378
--	-----

СПИСОК ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСОВ	380
--------------------------------	-----