

УДК 517(075.8)

ББК 22.11

Ш23

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В. Д. Кулиев — доктор физико-математических наук, профессор;

Б. А. Лагоша — доктор экономических наук, профессор.

Шапкин, Александр Сергеевич.

Ш23 Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 11-е изд., перераб. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2023. — 402 с.

ISBN 978-5-394-05448-8.

Учебное пособие является руководством к решению задач по основам высшей математики и содержит задачи для контрольных работ. Материал охватывает вопросы программы курса высшей математики: общий курс, теория вероятностей и математическая статистика, математическое программирование.

Перед каждым разделом дан необходимый справочный материал. Все задачи приводятся с подробными решениями. В конце разделов даны решения типовых задач контрольных работ. Отдельные задачи иллюстрированы соответствующими рисунками.

Для студентов вузов, обучающихся по инженерно-экономическим направлениям подготовки.

ISBN 978-5-394-05448-8

© А. С. Шапкин, В. А. Шапкин, 2010

© В. А. Шапкин, 2022, с изменениями

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	7
 Раздел 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ	
1.1. Линейная алгебра	8
1.1.1. Матричный способ	8
1.1.2. Формулы Крамера	16
1.1.3. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса)	17
1.1.4. Теорема Кронекера – Капелли	20
1.2. Элементы векторной алгебры	25
1.3. Аналитическая геометрия	31
1.3.1. Аналитическая геометрия на плоскости	31
1.3.2. Аналитическая геометрия в пространстве	49
 Раздел 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	
2.1. Функции, предел, непрерывность	64
2.2. Производная и дифференциал	72
2.3. Исследование функций	84
 Решение типовых задач контрольной работы по разделам 1 и 2	
	103
 Раздел 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	
3.1. Неопределенный интеграл	138
3.1.1. Первообразная функция и неопределенный интеграл	138
3.1.2. Таблица основных интегралов	140
3.1.3. Интегрирование методом замены переменной	141
3.1.4. Метод интегрирования по частям	144
3.1.5. Интегрирование дробно-рациональных функций ...	147
3.2. Определенный интеграл	152
3.2.1. Основные понятия и свойства	152
3.2.2. Вычисление определенного интеграла	153
3.2.3. Приложения определенного интеграла	154
3.3. Функции нескольких переменных	160
3.4. Двойные интегралы	166

Раздел 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	174
4.1. Основные понятия	174
4.2. Уравнения с разделяющимися переменными	175
4.3. Однородные уравнения	179
4.4. Линейные уравнения	182
4.5. Уравнения Бернулли	186
4.6. Дифференциальные уравнения второго порядка вида $y'' = f(x)$	187
4.7. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	189
4.8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	192
Раздел 5. РЯДЫ	200
5.1. Основные понятия	200
5.2. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами	201
5.3. Признак сходимости Лейбница	205
5.4. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда	207
5.5. Степенные ряды	209
5.6. Разложение функций в степенные ряды Тейлора	212
5.7. Приложение рядов к приближенным вычислениям	216
Решение типовых задач контрольной работы по разделам 3, 4 и 5	219
Решение типовых задач контрольной работы по специальным разделам высшей математики	253
Раздел 6. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	278
6.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей	278
6.1.1. Классическое определение вероятности	278
6.1.2. Геометрические вероятности	279
6.1.3. Теоремы сложения и умножения вероятностей	282
6.1.4. Формула полной вероятности и формула Байеса ...	286
6.2. Схема повторных испытаний	290
6.2.1. Формула Бернулли	290
6.2.2. Локальная теорема Лапласа	292
6.2.3. Интегральная теорема Лапласа	293

6.3. Случайные величины	297
6.3.1. Законы распределения	298
6.3.2. Числовые характеристики случайных величин	302
6.3.3. Дискретные распределения	304
6.3.4. Непрерывные распределения	307
6.3.4.1. Равномерное распределение	307
6.3.4.2. Экспоненциальное распределение	309
6.3.4.3. Нормальный закон распределения	312
6.4. Основные понятия математической статистики	316
6.4.1. Генеральная совокупность. Выборка. Основные типы задач математической статистики	316
6.4.2. Статистическая оценка параметров распределения	319
6.4.3. Генеральная средняя. Выборочная средняя	320
6.4.4. Выборочная дисперсия	321
6.4.5. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известном σ ...	323
6.5. Методы расчета характеристик выборки	326
6.5.1. Условные варианты. Метод произведений	326
6.5.2. Эмпирические и теоретические частоты	329
6.6. Статистическая проверка гипотез	330
6.7. Элементы теории корреляции	338
6.7.1. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по несгруппированным данным	339
6.7.2. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным	340
Решение типовых задач контрольной работы по разделу 6	342
Раздел 7. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ ...	359
7.1. Линейное программирование	361
7.1.1. Задача оптимального производства продукции	362
7.1.2. Транспортная задача	367
7.1.2.1. Постановка задачи и ее математическая модель	367
7.1.2.2. Построение первоначального опорного плана	369

7.1.2.3. Оптимальность базисного решения.	
Метод потенциалов	372
7.1.2.4. Улучшение плана перевозок	373
7.1.2.5. Задача определения оптимального плана перевозок	374
7.1.2.6. Открытая модель транспортной задачи	378
7.2. Математические методы в экономике	381
7.2.1. Сетевое планирование	381
7.2.1.1. Сетевой график. Критический путь	382
7.2.1.2. Временные параметры сетей. Резервы времени	386
7.2.1.3. Пример построения сетевого графика задачи 15.1 контрольной работы	390
7.2.2. Межотраслевой баланс	390
7.2.2.1. Модель межотраслевого баланса	390
7.2.2.2. Полные внутрипроизводственные затраты	393
7.2.2.3. Косвенные затраты	394
7.2.2.4. Решение типовой задачи	395
Список учебной литературы	400