

УДК 517(075.8)
ЛЗ83

Рецензенты:
д.т.н., профессор *Б.Ю. Лемешко*
ст. преподаватель *Г.А. Кузин*

Работа подготовлена на кафедре Инженерной математики НГТУ

Левяков С.В.

ЛЗ83 Математический анализ. Практикум: учебное пособие/
С.В. Левяков, Г.М. Шумский. — Новосибирск: Изд-во НГТУ,
2022. — 172 с.

ISBN 978-5-7782-4714-7

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Оно подготовлено в объеме первой части курса математического анализа, который преподается в первом семестре на различных факультетах Новосибирского государственного технического университета. Пособие включает в себя следующие основные разделы курса: функции и их графики, предел, непрерывность, дифференцирование и интегрирование функций одной действительной переменной. Каждый раздел содержит теоретические сведения, примеры решения задач и задания для самостоятельной работы.

Пособие может быть использовано для проведения практических занятий и консультаций по математическому анализу со студентами первого курса технических специальностей.

УДК 517(075.8)

ISBN 978-5-7782-4714-7

© Левяков С.В., Шумский Г.М., 2022
© Новосибирский государственный
технический университет, 2022

Содержание

Предисловие	7
1 Элементарные и неэлементарные функции	8
2 Преобразование графиков функций	10
3 Параметрическое задание кривых	14
4 Полярные координаты	18
5 Предел числовой последовательности	24
5.1 Вычисление пределов последовательностей	25
5.1.1 Предел рациональной последовательности . . .	26
5.1.2 Некоторые пределы других типов	26
6 Пределы функции в точке и на бесконечности	29
6.1 Вычисление пределов. Типы неопределенностей . . .	29
6.2 Односторонние пределы	40
7 Бесконечно малые и бесконечно большие функции	43
7.1 Сравнение бесконечно малых функций	44
7.2 Таблица эквивалентных бесконечно малых	45
7.3 Сравнение бесконечно больших функций	46
7.4 Главная часть функции	47
7.5 Вычисление пределов с помощью эквивалентных б.м.ф.	50
8 Непрерывность функций. Точки разрыва	56
9 Производная функции	62
9.1 Понятие производной	62
9.2 Правила дифференцирования функций	64
9.3 Дифференцирование сложной функции. Цепное правило	65

9.4	Логарифмическое дифференцирование	66
9.5	Производные степенно-показательных функций	67
9.6	Производная функции, содержащей модуль	67
9.7	Производная функции, заданной неявно	70
9.8	Производная функции, заданной параметрически . .	72
9.9	Правило Лопиталю	74
10	Дифференциал	82
11	Формула Тейлора	86
12	Асимптоты	91
13	Приложения производной	93
13.1	Касательная и нормаль к графику функции	93
13.2	Интервалы монотонности, экстремумы функции	96
13.3	Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	98
13.4	Геометрические и физические задачи о наибольших и наименьших значениях	99
13.5	Выпуклость и вогнутость кривых, точки перегиба . .	103
13.6	Полное исследование функции	106
14	Неопределенный интеграл	110
14.1	Свойства неопределенного интеграла	110
14.2	Непосредственное интегрирование	111
14.3	Подведение под знак дифференциала	112
14.4	Замена переменной	114
14.5	Интегрирование по частям	115
14.6	Интегрирование рациональных функций	120
14.7	Интегрирование тригонометрических и гиперболиче- ских функций	124
14.8	Интегрирование некоторых иррациональных функций	127
15	Определенный интеграл	132

15.1	Интегральная сумма	132
15.2	Свойства определенного интеграла	133
15.3	Формула Ньютона-Лейбница	136
16	Приложения определенного интеграла	138
16.1	Вычисление площадей плоских фигур	138
16.1.1	Вычисление площадей в декартовых координатах	138
16.1.2	Вычисление площадей при параметрическом за- дании границы	140
16.1.3	Площадь в полярных координатах	142
16.2	Вычисление длин кривых	145
16.3	Вычисление объемов тел вращения	147
16.3.1	Метод „дисков“	148
16.3.2	Метод „трубок“	148
16.3.3	Рекомендации по выбору метода	149
17	Несобственные интегралы	153
18	ПРИЛОЖЕНИЕ	162
18.1	Формулы сокращенного умножения	162
18.2	Прогрессии	162
18.2.1	Арифметическая прогрессия	162
18.2.2	Геометрическая прогрессия	162
18.3	Логарифмы	163
18.4	Факториал	163
18.5	Бином Ньютона	163
18.6	Тригонометрические функции	163
18.6.1	Тождества	163
18.6.2	Формулы сложения	164
18.6.3	Функции двойного аргумента	164
18.6.4	Сумма тригонометрических функций	164
18.6.5	Произведение тригонометрических функций	165
18.6.6	Понижение степени тригонометрических функ- ций	165

18.7	Гиперболические функции	165
18.7.1	Связь с тригонометрическими функциями . .	165
18.7.2	Тождества	166
18.7.3	Формулы сложения	166
18.7.4	Функции двойного аргумента	166
18.7.5	Сумма гиперболических функций	167
18.7.6	Произведение гиперболических функций . . .	167
18.7.7	Понижение степени гиперболических функций	167
18.8	Производные и дифференциалы основных элементар- ных функций	168
18.9	Формулы Тейлора для основных элементарных функ- ций (при $x \rightarrow 0$)	169
18.10	Некоторые табличные интегралы	170