

**УДК 517.51**

**Б 20**

Рекомендовано к изданию методическим советом ПГУТИ  
протокол № 20 от 10 апреля 2015 года

**Балабаева, Н. П.**

**Б 20 Математический анализ. Функции многих переменных:**  
учебное пособие / Н.П. Балабаева, Е.А. Энбом. – Самара : ПГУТИ,  
2015. – 120 с.

Учебное пособие содержит теоретический и практический материал по дифференцированию функций многих переменных. Излагаемые основы теории сопровождаются большим количеством типовых задач с подробным решением. В пособии приведены также вопросы для самоконтроля, достаточное количество заданий для проведения аудиторных занятий и организации самостоятельной работы учащихся.

Учебное пособие разработано в соответствии с ФГОС ВПО по специальности 10.05.02 – Информационная безопасность телекоммуникационных систем и по направлениям подготовки бакалавриата 10.03.01 – Информационная безопасность, 11.03.02 - Инфокоммуникационные технологии и системы связи, 02.03.03 – Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Предназначается для студентов первого курса очной и заочной форм обучения.

© Балабаева Н. П., Энбом Е. А., 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	5
§ 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ .....	7
1.1 Понятие $n$ -мерного арифметического евклидова пространства .....	7
1.2 Основные понятия из теории множеств .....	10
§ 2. ФУНКЦИИ ДВУХ И БОЛЕЕ ПЕРЕМЕННЫХ.....	13
2.1 Определение функции двух переменных. Область существования функции двух переменных.....	15
2.2 График функции двух переменных .....	18
2.3 Понятие функции трех переменных.....	19
2.4 Понятие функции $n$ переменных .....	21
§ 3. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ .....	24
3.1 Понятие предела функции двух переменных.....	24
3.2 Непрерывность функции двух переменных .....	25
3.3 Свойства функций, непрерывных в точке .....	27
3.4 Свойства функций, непрерывных на замкнутом ограниченном множестве .....	28
3.5 Свойства функций, непрерывных в области .....	28
§ 4. ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ .....	29
4.1 Понятие частных производных.....	29
4.2 Геометрический смысл частных производных функции двух переменных .....	32
4.3 Частные производные высших порядков .....	34
§ 5. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИИ. ПОЛНЫЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ .....	39
5.1 Полное приращение функции .....	39
5.2 Понятие дифференцируемой функции .....	39

5.3 Касательная плоскость к поверхности .....	42
5.4 Дифференциал функции .....	42
5.5 Применение дифференциала к приближенным вычислениям .....	44
5.6 Дифференциалы высших порядков .....	45
§ 6. СЛОЖНАЯ ФУНКЦИЯ .....	49
6.1 Понятие сложной функции.....	49
6.2 Производная сложной функции.....	51
6.3 Дифференциал сложной функции. Свойство инвариантности дифференциала сложной функции .....	53
6.4 Дифференциалы высших порядков сложной функции .....	54
§ 7. НЕЯВНЫЕ ФУНКЦИИ.....	58
7.1 Неявная функция одной переменной .....	58
7.2 Неявная функция двух переменных .....	61
§ 8. ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	65
8.1 Определение максимума и минимума функции двух переменных .....	65
8.2 Необходимое условие существования экстремума .....	66
8.3 Достаточное условие существования экстремума.....	68
§ 9. НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	72
ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАДАНИЯ .....	80
РЕШЕНИЕ ВАРИАНТА ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАДАНИЯ .....	94
ГЛОССАРИЙ .....	106
Приложение 1 ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ.....	112
Приложение 2 ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА .....	114
ЛИТЕРАТУРА.....	119