

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
БУРЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н. Б. Цыренжапов, И. Б. Юмов

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Рекомендовано УМС БГУ в качестве учебного пособия для обучающихся по направлениям подготовки 09.03.03 Прикладная математика и информатика, 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, 38.03.02 Менеджмент, 38.03.01 Экономика, 38.03.05 Бизнес-информатика, 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, 38.03.03 Управление персоналом

Улан-Удэ
Издательство Бурятского госуниверситета
2018

УДК 519.2
ББК 22.171, 22.172
Ц 975

Утверждено к печати
редакционно-издательским советом
Бурятского государственного университета

Рецензенты

А. В. Урбаханов, канд. физ.-мат. наук, доц. ВСГУТУ
В. В. Кибирев, канд. физ.-мат. наук, проф. БГУ

Текст печатается в авторской редакции

Цыренжапов Н. Б.

Ц 975 Элементы теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / Н. Б. Цыренжапов, И. Б. Юмов. — Улан-Удэ: Издательство Бурятского госуниверситета, 2018. — 140 с. ISBN 978-5-9793-1205-7

Пособие содержит материал программы по теории вероятностей и математической статистике. Приведены необходимые теоретические сведения и формулы, даны решения типовых задач, помещены задачи для самостоятельного решения, сопровождающиеся ответами.

Предназначено для обучающихся по разным направлениям подготовки.

УДК 519.2
ББК 22.171, 22.172

ISBN 978-5-9793-1205-7

© Н. Б. Цыренжапов, И. Б. Юмов, 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие состоит из двух частей: теории вероятностей и математической статистики.

В основу теории вероятностей легли результаты работ Б. Паскаля (1623–1662), П. де Ферма (1601–1665), Г. Галилея (1564–1642), Я. Бернулли (1654–1705), П. С. Лапласа (1749–1827), А. де Муавра (1667–1754) и других ученых. В XIX в. теория вероятностей сформировалась как стройная математическая дисциплина благодаря работам выдающегося русского ученого П. Л. Чебышева (1821–1894) и его учеников А. А. Маркова (1856–1922) и А. М. Ляпунова (1857–1918). В XX в. значительный вклад в развитие современной теории вероятностей внесли отечественные ученые: С.Н. Бернштейн, А. Н. Колмогоров, Б. В. Гнеденко, В. С. Пугачев, В. И. Романовский, Н. В. Смирнов, А. Я. Хинчин и др. Широкую известность приобрели фундаментальные работы зарубежных ученых: Г. Крамера, Д. Неймана, Р. Фишера, М. Кендалла, А. Стьюарта и др.

Настоящее издание представляет собой учебное пособие для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» в рамках реализации образовательной программы высшего образования по направлениям подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 09.03.03 «Прикладная информатика», 38.03.01 «Экономика», 38.03.02 «Менеджмент», 38.03.03 «Управление персоналом», 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление», 38.03.05 «Бизнес-информатика» очной/заочной формы обучения и подготовлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательным дисциплинам базовой части Блока 1 в структуре соответствующих образовательных программ.

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих общепрофессиональных компетенций для математических и инженерно-технических направлений:

готовность использовать фундаментальные знания в области теории вероятностей и математической статистики в будущей профессиональной деятельности;

для экономических направлений:

способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Основная задача настоящего учебного пособия – заложить основы научной теории вероятностей и математической статистики как ветви математического анализа, овладеть теорией и практикой решения задач по теории вероятностей и уметь самостоятельно применять их к решению прикладных задач.

Теорию вероятностей можно определить как раздел математики, в котором изучаются закономерности, присущие массовым случайным явлениям. Знание этих закономерностей позволяет прогнозировать характеристики процессов и явлений, в которых присутствуют случайные события. Методы теории вероятностей широко применяются при математической обработке результатов измерений, а также в экономике, статистике, страховом деле, теории массового обслуживания.

В первой части пособия рассматриваются основные понятия теории вероятностей: случайные события, их виды, различные определения вероятности, основные теоремы вычисления вероятностей; случайные величины, виды случайных величин, числовые характеристики, законы распределения.

Вторая часть пособия посвящена математической статистике.

Математическая статистика — это раздел математики, занимающийся разработкой методов сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений (измерений) с целью познания закономерностей случайных массовых явлений. Математическая статистика использует математический аппарат и выводы теории вероятностей.

Переходным звеном от теории вероятностей к математической статистике является закон больших чисел и предельные теоремы.

В данной части пособия излагаются основы выборочного метода, теории оценок и проверка статистических гипотез.

Пособие содержит материал программы по теории вероятностей и математической статистике. Приведены необходимые теоретические сведения и формулы, даны решения типовых задач, помещены задачи для самостоятельного решения, сопровождающиеся ответами.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
РАЗДЕЛ I. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.....	6
1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ.....	6
1.1. Понятие о случайном событии. Виды случайных событий	6
1.2. Определения вероятности появления события	7
1.3. Нахождение вероятности появления события с использованием формул комбинаторики	15
Задачи.....	20
1.4. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	22
1.4.1. Теоремы сложения и умножения вероятностей.....	22
Следствия теорем сложения и умножения вероятностей	28
1.4.2. Формула полной вероятности.....	29
1.4.3. Вероятность гипотез. Формулы Байеса	31
Задачи.....	33
1.4.4. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли.	36
1.4.5. Формула Пуассона.....	38
1.4.6. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.....	40
1.4.7. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.....	44
Задачи.....	46
Вопросы для САМОПРОВЕРКИ	49
2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.....	50
2.1. Случайная величина. Виды случайных величин. Закон распределения случайной величины.	50
2.2. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Примеры дискретных распределений	51
2.3. Числовые характеристики дискретной случайной величины.....	57
Задачи.....	63
2.4. Интегральная функция распределения.....	66
вероятностей случайной величины и ее свойства	66
2.5. Дифференциальная функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины	71
2.6. Числовые характеристики непрерывных случайных величин	74
2.7. Равномерное, показательное и нормальное распределения	79
Задачи.....	84
Вопросы для САМОПРОВЕРКИ	88
3. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ. ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ	89
3.1 Закон больших чисел. Неравенство Чебышева	89

3.2. Теорема Чебышева	91
3.3. Теорема Бернулли	92
Задачи	92
Вопросы для САМОПРОВЕРКИ	93
РАЗДЕЛ II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	94
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	94
1.1. Генеральная и выборочная совокупность. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения	94
1.2. Графическое изображение вариационных рядов. Полигон и гистограмма	97
Вопросы для САМОПРОВЕРКИ	100
Задачи	100
2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	101
2.1. Точечные оценки	101
2.2. Основные свойства оценок	103
2.3. Построение точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Метод моментов	105
2.4. Интервальные оценки. Понятие доверительного интервала	111
2.5. Доверительный интервал для математического ожидания нормальной величины	112
Вопросы для САМОПРОВЕРКИ	118
Задачи	118
3. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ	120
3.1. Понятие статистической гипотезы	120
3.2. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерий Пирсона	122
4. МЕТОД РЕГРЕССИОННОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	128
4.1. Метод наименьших квадратов	127
4.2. Линии регрессии. Корреляция	130
Задачи	131
Вопросы для САМОПРОВЕРКИ	131
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	133
ПРИЛОЖЕНИЯ	135