УДК 519.86:533.6.011

ВХОД В АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ ТЕЛ С АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ КАЧЕСТВОМ

А. И. Бородин

Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики при Томском государственном университете, 634050 Томск

В рамках модели параболизованного вязкого ударного слоя решена задача спуска по планирующей траектории в атмосфере Земли гладкого затупленного тела, обладающего аэродинамическим качеством.

Введение. При движении тел в атмосфере с большими сверхзвуковыми скоростями нагрев газа в ударном слое вблизи обтекаемого тела инициирует протекание в нем различных физико-химических процессов, учет которых необходим для получения реальной физической картины течения. В данной работе численное моделирование сверхзвукового химически неравновесного многокомпонентного течения вязкого газа проводится в рамках модели "параболизованного" вязкого ударного слоя, являющейся модификацией полных уравнений вязкого ударного слоя [1] и предложенной первоначально для течений однородного газа [2, 3], а затем для многокомпонентной смеси газов [4]. Уравнения параболизованного вязкого ударного слоя, являющиеся упрощением полных уравнений Навье — Стокса и содержащие все члены уравнений пограничного слоя и уравнений невязкого ударного слоя в гиперзвуковом приближении, описывают всю возмущенную область от ударной волны (положение ее заранее неизвестно) до поверхности тела. Выбор данной модели объясняется, во-первых, тем, что для гладких тел она имеет хорошую точность в достаточно широкой и интересной для практических приложений окрестности затупления тела, где силовые и тепловые нагрузки значительны, а сам ударный слой остается тонким [5]. Во-вторых, для решения соответствующей начально-краевой задачи в рамках данной модели можно использовать быстрые и экономичные маршевые методы расчетов, что особенно важно для трехмерных течений. Наконец, в-третьих, из всех известных модификаций уравнений вязкого ударного слоя, сохраняющих параболический тип, модель параболизованного вязкого ударного слоя позволяет существенно увеличить размер расчетной области по маршевой координате.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу обтекания под углами атаки и скольжения затупленных тел с каталитической поверхностью гиперзвуковым потоком химически неравновесной смеси газов. Для численного решения задачи введем криволинейную систему координат x^i, нормально связанную с поверхностью обтекаемого тела: ось x^3 направлена вдоль нормали к телу, оси x^1 и x^2 расположены на его поверхности. Уравнения пространственного "параболизованного" вязкого ударного слоя описывают течение между поверхностью обтекаемого тела и отошедшей ударной волной. С учетом неравновесных химических реакций и многокомпонентной диффузии и в пренебрежении термодиффузией, диффузионным термоэффектом и бародиффузией эти уравнения в произвольной криволи-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00298).

нейной системе координат в безразмерных переменных имеют следующий вид [4]:

$$D_\alpha(\rho u^\alpha \sqrt{g/g_{(\alpha\alpha)}}\,) + \sqrt{g} D_3(\rho u^3) = 0; \tag{1}$$

$$\rho(Du^\alpha + A^\alpha_{\beta\delta} u^\beta u^\delta) = -g^{\alpha\beta} \sqrt{g_{(\alpha\alpha)}}\, D_\beta P + D_3\Big(\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\, D_3 u^\alpha\Big); \tag{2}$$

$$D_3 D_\alpha P = -D_\alpha(\rho A^3_{\beta\delta} u^\beta u^\delta); \tag{3}$$

$$\rho(Du^3 + A^3_{\beta\delta} u^\beta u^\delta) = -D_3 P; \tag{4}$$

$$\rho c_p DT - 2D^* P = D_3\Big(\frac{\mu c_p}{\sigma\,\mathrm{Re}}\, D_3 T\Big) + \frac{\mu}{\mathrm{Re}}\, B_{\alpha\beta} D_3 u^\alpha D_3 u^\beta - D_3 T \sum_{i=1}^{N} c_{pi} I_i - \sum_{i=1}^{N} h_i \dot{w}_i; \tag{5}$$

$$\rho D c_i + D_3 I_i = \dot{w}_i, \qquad i = 1, \ldots, N - N_e; \tag{6}$$

$$\rho D c_i^* + D_3 I_i^* = 0, \qquad i = 1, \ldots, N_e - 1; \tag{7}$$

$$P = \rho T R \sum_{i=1}^{N} \frac{c_i}{m_i}; \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{N_e} c_i^* = 1, \qquad \sum_{i=1}^{N_e} I_i^* = 0, \qquad c_p = \sum_{i=1}^{N} c_{pi} c_i, \tag{9}$$

где $D_i \equiv \partial/\partial x^i$; $D^* \equiv (u^\alpha/\sqrt{g_{(\alpha\alpha)}})D_\alpha$; $D \equiv D^* + u^3 D_3$; $\mathrm{Re} = \rho_\infty V_\infty L/\mu(T_0)$; $T_0 = 10^4$ K.

Систему (1)–(9) замыкают соотношения Стефана — Максвелла

$$\sum_{j=1}^{N-1} a_{ij} I_j = -\frac{\mu}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}_{lN}} \sum_{j=1}^{N-1} b_{ij} D_3 c_j, \qquad i = 1, \ldots, N-1,$$

$$a_{ij} = -a^*_{ij} c_i, \qquad b_{ij} = -b^*_j c_i \qquad (i \neq j),$$

$$a_{ii} = \frac{\mathrm{Sc}_{iN}}{\mathrm{Sc}_{lN}} + \sum_{j=1,\ j\neq i}^{N-1} a^*_{ij} c_j, \qquad b_{ii} = 1 + \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N-1} b^*_j c_j,$$

$$a^*_{ij} = \frac{m_N}{m_j}\,\frac{\mathrm{Sc}_{ij}}{\mathrm{Sc}_{lN}} - \frac{\mathrm{Sc}_{iN}}{\mathrm{Sc}_{lN}}, \qquad b^*_j = \frac{m_N}{m_j} - 1, \qquad \mathrm{Sc}_{ij} = \frac{\mu}{\rho D_{ij}}.$$

Здесь $V_\infty u^i$ — физические составляющие вектора скорости по соответствующим осям координат; $\rho_\infty V_\infty^2 P$, $\rho_\infty \rho$, $T_0 T$ — давление, плотность, температура смеси газов, состоящей из N химических компонентов, соответственно; $\mu(T_0)\mu$ — вязкость; $(V_\infty^2/(2T_0))c_p$ — удельная теплоемкость; σ — число Прандтля; c_i, m_i, $0{,}5V_\infty^2 h_i$, $(V_\infty/(2T_0))c_{pi}$, $V_\infty \rho_\infty I_i$, $V_\infty \rho_\infty \dot{w}_i/L$ — массовая концентрация, молекулярная масса, удельная энтальпия, удельная теплоемкость, нормальная компонента вектора диффузионного потока, скорость образования массы i-го компонента в результате химических реакций; c_i^*, I_i^* — концентрация и нормальная составляющая вектора диффузионного потока i-го химического элемента ($i = 1, 2, \ldots, N_e$; N_e — число элементов); D_{ij}, Sc_{ij} — бинарные коэффициенты диффузии и числа Шмидта; $R_G = V_\infty^2 R/T_0$ — универсальная газовая постоянная; $g_{\alpha\beta}$, $g^{\alpha\beta}$ — ковариантные и контравариантные компоненты первой квадратичной формы поверхности тела; $g = g_{11}g_{22} - g_{12}^2$; $A^k_{\beta\delta}$ — известные функции формы тела [6]. По повторяющимся индексам, не заключенным в скобки, проводится суммирование. Латинские индексы принимают значения 1, 2 или 3 (кроме специально отмеченных случаев), греческие индексы равны 1 или 2. Все линейные размеры отнесены к характерному линейному размеру L. Здесь и далее нижние индексы w, ∞, s соответствуют значениям на поверхности тела, в набегающем потоке и за ударной волной.

Для дифференциальных уравнений (1)–(7) задаются граничные условия на ударной волне и поверхности тела. На ударной волне используются обобщенные соотношения Рэнкина — Гюгонио в гиперзвуковом приближении в пренебрежении химическими реакциями внутри ударной волны:

$$\begin{gathered}
x^3 = x^3_s(x^1, x^2)\colon\quad \rho(u^3 - D^* x^3) = u^3_\infty, \\
u^3_\infty(u^\alpha - u^\alpha_\infty) = \frac{\mu}{\mathrm{Re}} D_3 u^\alpha, \quad P = (u^3_\infty)^2, \\
u^3_\infty(c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i = 1, \ldots, N - N_e, \\
u^3_\infty(c^*_i - c^*_{i\infty}) + I^*_i = 0, \quad i = 1, \ldots, N_e - 1, \\
\frac{\mu c_p}{\sigma u^3_\infty \mathrm{Re}} D_3 T = \sum_{i=1}^{N} c_{i\infty}(h_i - h_{i\infty}) - (u^3_\infty)^2 - B_{\alpha\beta}(u^\alpha - u^\alpha_\infty)(u^\beta - u^\beta_\infty).
\end{gathered} \tag{10}$$

На поверхности тела с учетом гетерогенных химических реакций в пренебрежении отводом тепла внутрь тела граничные условия записываются в виде

$$\begin{gathered}
x^3 = 0\colon\quad u^i = 0, \quad q = \Gamma T^4, \\
q = \frac{\mu c_p}{\sigma\,\mathrm{Re}} D_3 T - \sum_{i=1}^{N} h_i I_i, \quad \Gamma = \frac{2\varepsilon_B \sigma_B T_0^4}{\rho_\infty V_\infty^3}, \\
I_i = \dot r_i, \quad i = 1, \ldots, N - N_e, \\
I^*_i = 0, \quad i = 1, \ldots, N_e - 1,
\end{gathered} \tag{11}$$

где ε_B — коэффициент черноты поверхности; σ_B — постоянная Стефана — Больцмана; $\rho_\infty V_\infty \dot r_i$ — скорость образования i-го компонента за счет гетерогенных реакций.

Диссоциирующий воздух в ударном слое представляется как идеальный газ, состоящий из пяти химических компонентов: O_2, N_2, NO, O, N, в котором протекают три реакции диссоциации-рекомбинации

$$\begin{aligned}
\mathrm{O_2 + M} &\iff \mathrm{2O + M}, \\
\mathrm{N_2 + M} &\iff \mathrm{2N + M}, \\
\mathrm{NO + M} &\iff \mathrm{N + O + M}
\end{aligned}$$

и три реакции обмена

$$\begin{aligned}
\mathrm{N_2 + O_2} &\iff \mathrm{2NO}, \\
\mathrm{NO + O} &\iff \mathrm{N + O_2}, \\
\mathrm{NO + N} &\iff \mathrm{O + N_2}
\end{aligned}$$

(M — третий элемент, в качестве которого может выступать любой из пяти компонентов).

Зависимости констант скоростей прямых и обратных реакций от температуры определялись согласно [7]. Коэффициенты переноса и термодинамические функции вычислялись по формулам, приведенным в [8–12].

Атмосфера считается изотермической с распределением плотности ρ_∞ [г/см^3] по высоте H [км]: $\rho_\infty = 1{,}225 \cdot 10^{-3} \exp(-0{,}142 H)$. Предполагается, что гетерогенные каталитические реакции являются реакциями первого порядка $\dot r_i = -\rho k_{wi} c_i$, $i \equiv$ O, N, NO, где