

УДК 532.5  
ББК 22.253.3  
К 60

Печатается по решению  
кафедры вычислительной математики и математической физики  
и Совета факультета математики, механики и компьютерных наук ЮФУ  
от 02.09.2009

Рецензенты:  
М. В. Норкин  
Н. В. Петровская

**Колесов В. В., Хоперский А. Г.**

Неизотермическая проблема Куэтта–Тейлора. — Ростов н/Д :  
Изд-во ЮФУ, 2009. — 192 с., ил.

ISBN 978-5-9275-0564-7

Исследуются течения изотермически несжимаемой вязкой жидкости между двумя нагретыми вращающимися бесконечными концентрическими цилиндрами.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов математических и физических факультетов.

ISBN 978-5-9275-0564-7

© В. В. Колесов, А. Г. Хоперский, 2009

© Издательство ЮФУ, 2009

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b> .....	6
<b>Глава 1. Устойчивость основного режима</b> .....	14
1.1. Исходные уравнения .....	15
1.2. Симметрии .....	16
1.3. Основной режим .....	17
1.4. Задача для возмущений .....	17
1.5. Постановка задачи устойчивости .....	20
1.6. Признаки устойчивости и неустойчивости .....	24
1.7. Обнаружение колебательной неустойчивости .....	35
<b>Глава 2. Нейтральные кривые</b> .....	39
2.1. Вращательно-симметричные возмущения .....	41
2.1.1. Зависимость от аксиального волнового числа .....	42
2.1.2. Зависимость от отношения угловых скоростей .....	44
2.1.3. Зависимость от ширины зазора .....	46
2.1.4. Колебательная неустойчивость .....	49
2.2. Плоские возмущения .....	52
2.2.1. Зависимость от отношения угловых скоростей .....	54
2.2.2. Зависимость от ширины зазора .....	56
2.3. Трехмерные возмущения .....	57
2.3.1. Зависимость от волновых чисел .....	57
2.3.2. Зависимость от отношения угловых скоростей .....	59
2.4. Самые опасные возмущения .....	60
<b>Глава 3. Простые бифуркации</b> .....	65
3.1. Вихри Тейлора .....	66
3.1.1. Ряды Ляпунова–Шмидта .....	67
3.1.2. Спектральная задача .....	68
3.1.3. Сопряженная задача .....	69
3.1.4. Неоднородные краевые задачи .....	70

3.1.5. Амплитуда вторичного режима .....	72
3.1.6. Устойчивость основного и вторичного режимов .....	73
3.1.7. Вращающий момент и тепловой поток .....	75
3.1.8. Зависимость от числа Прандтля .....	77
3.1.9. Численные результаты .....	77
3.2. Плоский вторичный режим .....	84
3.2.1. Ряды Ляпунова–Шмидта .....	85
3.2.2. Спектральная задача .....	86
3.2.3. Сопряженная задача .....	87
3.2.4. Неоднородные краевые задачи .....	88
3.2.5. Амплитуда вторичного режима .....	90
3.2.6. Устойчивость основного и вторичного режимов .....	91
3.2.7. Тепловой поток .....	93
3.2.8. Зависимость от чисел Рэлея и Прандтля .....	94
3.2.9. Численные результаты .....	94
3.3. Азимутальные волны .....	95
3.3.1. Ряды Ляпунова–Шмидта .....	97
3.3.2. Спектральная задача .....	97
3.3.3. Сопряженная задача .....	99
3.3.4. Неоднородные краевые задачи .....	100
3.3.5. Амплитуда вторичного режима .....	105
3.3.6. Устойчивость основного и вторичного режимов .....	107
3.3.7. Вращающий момент и тепловой поток .....	109
3.3.8. Численные результаты .....	109
<b>Глава 4. Кратные бифуркации .....</b>	<b>113</b>
4.1. Амплитудные уравнения .....	114
4.2. Расчет коэффициентов амплитудной системы .....	117
4.2.1. Точки пересечения нейтральных кривых .....	117
4.2.2. Неоднородные краевые задачи .....	120
4.2.3. Сопряженные задачи .....	120
4.2.4. Формулы для коэффициентов .....	121
4.2.5. Формулы для декрементов .....	122
4.2.6. Численные результаты .....	122
4.3. Моторная подсистема .....	125
4.4. Равновесия моторной подсистемы .....	128
4.4.1. Неизотермическое течение Куэтта .....	128
4.4.2. Вихри Тейлора .....	129
4.4.3. Пара спиральных волн .....	130
4.4.4. Чистые азимутальные волны .....	132
4.4.5. Смешанные азимутальные волны первого рода .....	133
4.4.5.1. Область существования .....	134

4.4.5.2. Структура течения .....	134
4.4.5.3. Условия устойчивости .....	135
4.4.5.4. Ответвление равновесий .....	137
4.4.5.5. Ответвление циклов .....	138
4.4.6. Смешанные азимутальные волны второго рода .....	140
4.4.7. Равновесия общего положения .....	140
<b>Глава 5. Переходы в моторной подсистеме .....</b>	<b>144</b>
5.1. Изотермический случай .....	146
5.1.1. Равновесия .....	146
5.1.1.1. Случай $\alpha = 1,5$ .....	146
5.1.1.2. Случай $\alpha = 2$ .....	149
5.1.1.3. Случай $\alpha \geq 3$ .....	151
5.1.2. Циклы .....	152
5.1.2.1. Однооборотные циклы .....	154
5.1.2.2. Удвоения циклов .....	159
5.1.2.3. Многооборотные циклы .....	160
5.1.2.4. Семейство циклов .....	160
5.1.2.5. Циклы с вращением .....	161
5.1.3. Сложные режимы .....	162
5.2. Подогрев изнутри .....	164
5.2.1. Равновесия .....	164
5.2.2. Циклы .....	165
5.2.3. Гомоклинические траектории .....	166
5.3. Подогрев снаружи .....	167
5.3.1. Равновесия .....	167
5.3.2. Циклы .....	168
5.3.3. Сложные режимы .....	172
5.4. Типы бифуркаций .....	175
<b>Заключение .....</b>	<b>176</b>
<b>Литература .....</b>	<b>178</b>
<b>Предметный указатель .....</b>	<b>189</b>