

УДК 519.2 (075.8)
ББК 22.171 я73
Т 33

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Северо-Кавказского федерального
университета

Рецензенты:

канд. техн. наук, проф. О. П. Малофеев,
канд. экон. наук, доц. Т. В. Таточенко
(Ставропольский филиал ООО «Газпром проектирование»)

Т 33 Теория вероятностей и математическая статистика:
учебное пособие (курс лекций) / авт.-сост.: Е. О. Тарасенко,
И. В. Зайцева, П. К. Корнеев, А. В. Гладков. – Ставрополь:
Изд-во СКФУ, 2018. – 229 с.

Пособие подготовлено в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования, раскрывает основные принципы теории вероятностей и математической статистики. Одобрено на заседании кафедры прикладной математики и математического моделирования «07» сентября 2018 г., протокол № 2.

Предназначено для организации и проведения лекционных занятий по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» для направления подготовки 10.03.01 «Информационная безопасность» (бакалавр).

УДК 519.2 (075.8)
ББК 22.171 я73

Авторы-составители:

канд. физ.-мат. наук, доц. Е. О. Тарасенко,
канд. физ.-мат. наук, доц. И. В. Зайцева,
канд. физ.-мат. наук П. К. Корнеев,
ст. преп. каф. А. В. Гладков

© ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский
федеральный университет», 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	7
 РАЗДЕЛ 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	
Лекция 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ	9
1.1. Основные понятия и предмет теории вероятностей . . .	9
1.2. Алгебры и σ -алгебры подмножеств	14
1.3. Множества и операции над ними	17
Лекция 2. АКСИОМАТИКА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	23
2.1. Классическое определение вероятности	23
2.2. Статистическое определение вероятности	27
2.3. Геометрическое определение вероятности	30
2.4. Основные формулы комбинаторики	34
Лекция 3. ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ИХ СЛЕДСТВИЯ	37
3.1. Теоремы сложения и умножения вероятностей	37
3.2. Следствия теорем сложения и умножения	42
3.3. Повторение испытаний	45
Лекция 4. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И СЛУЧАЙНЫЕ ВЕКТОРЫ	56
4.1. Случайные величины	56
4.2. Функция и плотность распределения	58
4.3. Основные дискретные и абсолютно непрерывные распределения	62
Лекция 5. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	67
5.1. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин	67
5.2. Основные числовые характеристики непрерывных случайных величин	75
5.3. Числовые характеристики случайных величин, имеющих некоторые стандартные законы распределения .	76
Лекция 6. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ И ПРОИЗВОДЯЩИЕ ФУНКЦИИ	80
6.1. Характеристические функции	80
6.2. Производящие функции	84

Лекция 7. СХОДИМОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ	88
7.1. Сходимость последовательности случайных величин	89
7.2. Закон больших чисел	93
7.3. Формулировка центральной предельной теоремы	101
Лекция 8. МНОГОМЕРНОЕ НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И СВЯЗАННЫЕ С НИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	105
8.1. Многомерное нормальное распределение	105
8.2. Распределения, связанные с нормальным	109
РАЗДЕЛ 2. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	
Лекция 9. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	116
9.1. Предмет и основные задачи математической статистики	116
9.2. Описательная статистика	118
Лекция 10. ТОЧЕЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ	128
10.1. Понятие точечной статистической оценки. Требования к оценкам	128
10.2. Свойства оценок. Свойства выборочного среднего и выборочной дисперсии	132
10.3. Методы получения оценок параметров генерального распределения	135
Лекция 11. ИНТЕРВАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ	142
11.1. Доверительный интервал. Точность и надёжность оценки	142
11.2. Точность и надёжность оценивания вероятности события с помощью его относительной частоты	144
11.3. Доверительный интервал для математического ожидания нормальной генеральной совокупности	146
Лекция 12. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ	149
12.1. Виды статистических гипотез	149
12.2. Критерий значимости	150
12.3. Ошибки первого и второго рода	152

Лекция 13. ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ .	156
13.1. Гипотеза о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей	156
13.2. Гипотеза о равенстве математических ожиданий двух генеральных совокупностей	158
13.3. Гипотеза о равенстве вероятностей двух событий при больших объемах выборки	164
Лекция 14. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ .	167
14.1. Гипотеза о законе распределения генеральной совокупности. Параметры проверяемого закона полностью известны	168
14.2. Гипотеза о законе распределения генеральной совокупности. Параметры проверяемого закона неизвестны	170
Лекция 15. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ И РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗЫ	175
15.1. Корреляционный анализ	175
15.2. Общие сведения о регрессионном анализе	177
Лекция 16. ОДНОФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ	181
16.1. Понятие о дисперсионном анализе	181
16.2. Общая, факторная и остаточная дисперсии	182
16.3. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа	183
Лекция 17. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ	187
17.1. История возникновения искусственных систем автоматического распознавания и их реализации. Основные определения	187
17.2. Методы распознавания образов	191
17.3. Анализ современного состояния распознавания образов	193
Лекция 18. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВЫДЕЛЕНИЯ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ	202
18.1. Фильтрация случайных помех по методу Калмана–Бьюси	202
18.2. Фильтр Калмана–Бьюси с фиксированным запаздыванием	215

Закключение	219
Приложение 1. Значения функции Лапласа	
$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$	220
Приложение 2. Квантили u_p нормального распределения	
$N(0,1)$	222
Приложение 3. Квантили $t_p(k)$ распределения	
Стьюдента $T(k)$	223
Приложение 4. Квантили распределения Фишера	
уровня 95 %	225
Приложение 5. Квантили распределения хи-квадрат	227