

СМОЛЕНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ  
КУЛЬТУРЫ, СПОРТА И ТУРИЗМА

**А.В.Юденков**  
**Е.В. Алпацкая**  
**М.А.Новикова**

**Системы массового обслуживания  
и их приложения**

*Учебное пособие*

**Смоленск**  
**2020**

УДК 519.8

**Рецензент**  
**Володченков А.М. доцент, к.ф.-м.н.**

Юденков А.В., Алпацкая Е.В., Новикова М.А. **Системы массового обслуживания и их приложения.** / Учебное пособие // А.В.Юденков, Е.В. Алпацкая, М.А. Новикова. – Смоленск, 2020. – 55 с.

В пособии представлен раздел теории экономико-математических методов – системы массового обслуживания, в частности освещены следующие вопросы: основные понятия теории случайных функций, простейшие системы массового обслуживания, системы массового обслуживания при произвольном потоке заявок и произвольном времени обслуживания, метод Монте-Карло. Для всего изложенного теоретического материала приводятся соответствующие задачи, даны экономические приложения рассмотренного математического аппарата.

Пособие написано в соответствии с требованиями Государственных образовательных стандартов для подготовки бакалавров и магистров с экономическим образованием.

Предназначено для студентов экономических вузов и факультетов.

## Содержание

1.1. Понятие случайной функции. Потоки событий. ....	8
1.1.1. Случайные функции. ....	8
1.1.2. Понятие потока событий ....	15
1.1.3. Простейший поток событий ....	16
1.1.4. Поток Пальма ....	17
1.1.5. Потоки Эрланга.....	Ошибка! Закладка не определена.
1.1.6. Предельные теоремы потоков.....	18
Задачи для самостоятельного решения. ....	19
1.2. Марковские цепи .....	Ошибка! Закладка не определена.
1.2.1. Основные понятия цепей Маркова .....	Ошибка! Закладка не определена.
1.2.2. Вероятность перехода за $n$ шагов .....	Ошибка! Закладка не определена.
1.2.3. Эргодичность .....	Ошибка! Закладка не определена.
1.3. Марковские процессы с дискретным состоянием и непрерывным временем .....	22
1.3.1. Марковские процессы .....	22
1.3.2. Процесс гибели и размножения .....	27
Задачи для самостоятельного решения .....	28
1.4. Основные виды простейших систем массового обслуживания (СМО) ...	31
1.4.1. Основные характеристики систем массового обслуживания .....	31
1.4.2. Системы массового обслуживания с отказами (задача Эрланга) .....	32
1.4.3. Одноканальная СМО с неограниченной очередью .....	36
1.4.4. Многоканальная СМО с неограниченной очередью.....	38
1.4.5. Многоканальная СМО с ограниченной очередью.....	41
1.4.6. Одноканальные СМО с неограниченной очередью при простейшем потоке заявок и произвольном времени обслуживания ..	43

<b>1.4.7. Одноканальные СМО при произвольном потоке заявок и произвольном времени обслуживания .....</b>	<b>43</b>
<b>1.4.8. Простейшие многофазовые СМО .....</b>	<b>44</b>
<b>1.4.9. Метод Монте-Карло .....</b>	<b>44</b>
<b>Задачи для самостоятельного решения .....</b>	<b>50</b>
<b>Проверочные вопросы. ....</b>	<b>51</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>53</b>
<b>Приложение А .....</b>	<b>53</b>
<b>Приложение В .....</b>	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>

## СЛОВАРЬ ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ

$X(t)$	– случайная функция
$x_1(t), x_2(t), \dots$	– реализации случайной функции
$F(X)$	– функция распределения случайной величины $X$
$m[X(t)]$	– математическое ожидание случайной функции
$\nu_r$	– начальный момент порядка $r$
$\mu_r$	– центральный момент порядка $r$
$D(X)$	– дисперсия случайной величины $X$
$\sigma(X)$	– среднее квадратическое отклонение случайной величины $X$
$A(X)$	– коэффициент асимметрии случайной величины $X$
$E(X)$	– эксцесс случайной величины $X$
$M_0(X)$	– мода случайной величины $X$
$M_e(X)$	– медиана случайной величины $X$
$g(t)$	– характеристическая функция случайной величины $X$
$k_{XY}$	– ковариация (корреляционный момент) случайных величин $X$ и $Y$
$r_{XY}$	– коэффициент вариации случайных величин $X$ и $Y$
$X_n \xrightarrow{F} X$	– сходимость по распределению
$X_n \xrightarrow{P} X$	– сходимость по вероятности
$F_n(x)$	– эмпирическая функция распределения
$\bar{X}$	– среднее арифметическое
$S^2$	– выборочная дисперсия
$S$	– выборочное среднее квадратическое отклонение
$N$	– объем генеральной совокупности
$n$	– объем выборки
$L(X; \theta)$	– функция правдоподобия аргумента $\theta$