

УДК 517.977.5  
ББК 22.16  
М64

Рецензенты: канд физ.-мат. наук, доцент *Е. И. Троицкий*; канд. физ.-мат. наук, доцент *Т. А. Асаева*

**Миронова К.В., Кузнецов А.В.**

**М64** Математические методы исследования оптимального управления на классе кусочно-постоянных управлений. — М.: Горячая линия — Телеком, 2015. — 142 с.: ил.

**ISBN 978-5-9912-0472-9.**

С современных, креативных, алгоритмических позиций изложены математические методы исследования оптимального управления на классе кусочно-постоянных управлений. Представлено решение актуальной задачи теории оптимального управления — созданы и апробированы на тестовых и реальных моделях алгоритмы, позволяющие переходить, в силу разных причин, от непрерывного оптимального управления к квазиоптимальному кусочно-линейному или кусочно-постоянному управлению объектами. Выполнен анализ методов исследования локальной оптимальности управлений в детерминированных системах, была поставлена и решена задача разработки методики исследования локальной оптимальности управления систем в классе кусочно-постоянных функций. Представлен усовершенствованный метод численного нахождения локально-оптимального управления в классе кусочно-постоянных управлений и разработана методика сведения задачи оптимального управления к конечномерной задаче исследования однородных форм высшего порядка. Рассмотрено практическое применение разработанных алгоритмов, реализованное в среде LabVIEW 9.0 на примере низколетящего объекта.

Для научных работников, специалистов в области теории управления, аспирантов и студентов старших курсов технических университетов.

**ББК 22.16**

Адрес издательства в Интернет [WWW.TECHBOOK.RU](http://WWW.TECHBOOK.RU)

ISBN 978-5-9912-0472-9 © К. В. Миронова, А. В. Кузнецов, 2014, 2015  
© Издательство «Горячая линия — Телеком», 2015

# Оглавление

---

<b>Часть первая</b> .....	3
Введение .....	3
Постановка задачи .....	7
1.1. Техническое обоснование .....	9
1.2. Обзор методов решения задач .....	12
1.3. Разработка алгоритмов аппроксимации .....	18
1.3.1. Разработка алгоритмов перехода от непрерывного к линейному управлению .....	18
1.3.1.1. <i>Метод наименьших квадратов как основа                         разрабатываемых алгоритмов и его                         применение</i> .....	18
1.3.1.2. <i>Алгоритм перехода от непрерывного                         к линейному управлению на основе                         классического МНК</i> .....	23
1.3.1.3. <i>Алгоритм перехода от непрерывного                         к линейному управлению на основе                         кратного МНК</i> .....	25
1.3.1.4. <i>Алгоритм перехода от непрерывного к линейному                         управлению на основе усредненного МНК</i> .....	27
1.3.2. Разработка алгоритмов перехода от непрерывного к кусочно-постоянному управлению .....	28
1.3.2.1. <i>Переход от непрерывного                         к кусочно-постоянному управлению                         в одномерном случае</i> .....	29
1.3.2.2. <i>Переход от непрерывного                         к кусочно-постоянному управлению                         в многомерном случае</i> .....	35

1.4. Расчет эффективности алгоритмов .....	36
1.5. Моделирование алгоритмов .....	41
1.5.1. Описание исходных данных .....	42
1.5.2. Примеры моделирования алгоритмов .....	44
1.5.2.1. Моделирование алгоритма на основе классического МНК .....	44
1.5.2.2. Моделирование алгоритма на основе кратного МНК .....	45
1.5.2.3. Моделирование алгоритма на основе усредненного МНК .....	48
1.6. Техничко-экономическое обоснование .....	50
<b>Часть вторая</b> .....	52
Введение .....	52
2.1. Локальная оптимальность управления .....	53
2.1.1. Построение моделей для некоторых реальных процессов .....	53
2.1.1.1. Модель движения космического летательного аппарата .....	54
2.1.1.2. Движение космического аппарата (КА) (плоское движение) .....	55
2.1.1.3. Управление движением электропоездов с релейно-контактным управлением и подвижным составом с дискретным регулированием силы тяги .....	56
2.1.1.4. Взаимодействие двух противодействующих группировок .....	56
2.1.2. Постановка математической задачи .....	57
2.1.3. Необходимые и достаточные условия локальной оптимальности .....	66
2.1.4. Различные случаи формы управления в системе .....	71
2.1.5. Случай нефиксированных моментов переключения управления .....	74
2.1.6. Поиск оптимального управления градиентным методом .....	78
2.2. Исследование форм высшего порядка .....	84
2.2.1. Условия знакоопределенности форм высшего порядка .....	84
2.2.2. Знакоположительность форм высшего порядка двух переменных .....	89

---

2.3. Условия управляемости линейной системы .....	100
2.3.1. Существование постоянного управления .....	100
2.3.2. Существование кусочно-постоянного управления .....	111
2.3.3. Разрешимость задачи управления при различных условиях .....	115
2.4. Моделирование практических систем .....	120
2.4.1. Моделирование условий существования локального минимума нелинейного функционала, заданного на решении системы дифференциальных уравнений .....	120
2.4.2. Применения теории знакоположительных форм .....	125
2.4.3. Моделирование управляемых систем в различных условиях свободы .....	128
<b>Заключение .....</b>	<b>132</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>134</b>