

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	7
-----------------------	---

Часть I

Аналитическая геометрия

Глава 1	
Системы координат на плоскости и в пространстве	13
§ 1.1. Системы координат: первые задачи	13
§ 1.2. Полярные, сферические и цилиндрические системы координат	17
§ 1.3. Элементы векторной алгебры и аффинные системы координат	20
§ 1.4. Скалярное произведение	23
§ 1.5. Ориентация, векторное и смешанное произведения	26
§ 1.6. Скалярное, векторное и смешанное произведения в аффинной системе координат	33
Глава 2	
Геометрические места точек, составление уравнений кривых на плоскости	36
§ 2.1. Эллипс, гипербола, парабола и их простейшие свойства	36
§ 2.2. Составление уравнений кривых на плоскости	41
Глава 3	
Прямые на плоскости	46
§ 3.1. Составление уравнения прямой по различным способам ее задания	46
§ 3.2. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пучки прямых	48
§ 3.3. Линейные неравенства	51
§ 3.4. Метрические задачи на прямую: перпендикуляры, углы и расстояния	52
§ 3.5. Метрические задачи на плоскости в произвольной аффинной системе координат	56

Глава 4	
Прямые и плоскости в пространстве	58
§ 4.1. Составление уравнений прямых и плоскостей	58
§ 4.2. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Пучки и связки плоскостей. Связки прямых	62
§ 4.3. Линейные неравенства в пространстве	69
§ 4.4. Метрические задачи в пространстве	70
§ 4.4. Метрические задачи в пространстве в произвольной аффинной системе координат	75
Глава 5	
Аффинные и ортогональные замены координат	76
Глава 6	
Кривые второго порядка	83
§ 6.1. Составление уравнений кривых второго порядка	85
§ 6.2. Нахождение вида и расположения линии второго порядка по уравнению	87
§ 6.3. Ортогональные инварианты линий второго порядка	90
§ 6.4. Аффинные типы линий второго порядка	92
§ 6.5. Касательные к линии второго порядка	93
§ 6.6. Диаметры, взаимно сопряженные, и асимптотические направления линий второго порядка	97
§ 6.7. Пучки и связки линий второго порядка	101
Глава 7	
Поверхности второго порядка	105
§ 7.1. Составление уравнений поверхностей	106
§ 7.2. Простейшие свойства поверхностей второго порядка	110
§ 7.3. Приведение поверхности к каноническому виду	112
§ 7.4. Ортогональные инварианты поверхностей второго порядка	115
§ 7.5. Касательные и диаметральные плоскости. Прямолинейные образующие	118
§ 7.6. Плоские сечения поверхностей второго порядка	125
Глава 8	
Аффинные и изометрические преобразования	130
§ 8.1. Аффинные преобразования плоскости	131
§ 8.2. Аффинные преобразования пространства	134
§ 8.3. Аффинные преобразования и линии второго порядка	135
§ 8.4. Изометрические преобразования плоскости и пространства	138

Глава 9

Проективная геометрия	141
§ 9.1. Проективная прямая	141
§ 9.2. Проективные преобразования прямой	144
§ 9.3. Проективная плоскость	145
§ 9.4. Проективные преобразования плоскости	149
§ 9.5. Линии второго порядка в проективных координатах	151
§ 9.6. Поляритет	155

Часть II

Линейная алгебра

Глава 10

Основные понятия линейной алгебры	159
§ 10.1. Векторное пространство, линейная независимость	159
§ 10.2. Базис, размерность, координаты	163
§ 10.3. Линейные подпространства и операции над ними	166
§ 10.4. Линейные функции и отображения	171
§ 10.5. Аффинные пространства	175

Глава 11

Операторы в линейных пространствах	179
§ 11.1. Матрица линейного оператора	179
§ 11.2. Ядро и образ линейного оператора. Инвариантные подпространства. Проекторы. Комплексификация и овеществление	182
§ 11.3. Подстановка линейного оператора в многочлен. Аннулирующие многочлены	185
§ 11.4. Собственные значения, собственные векторы	189
§ 11.5. Жорданова нормальная форма линейных операторов	194
§ 11.6. Подстановка оператора (матрицы) в функцию числового аргумента	198
§ 11.7. Нахождение инвариантных подпространств	200

Глава 12

Билинейные и квадратичные функции	202
§ 12.1. Общие сведения о билинейных и полуторалинейных функциях	202
§ 12.2. Симметрические и кососимметрические, эрмитовы и косоэрмитовы функции	203
§ 12.3. Приведение к каноническому виду	208

Глава 13	
Пространства со скалярным произведением	211
§ 13.1. Элементарные свойства скалярного произведения	211
§ 13.2. Ортогональные системы векторов	216
§ 13.3. Матрица Грама. n -мерный объем	221
§ 13.4. Ортогональное дополнение	226
§ 13.5. Расстояния и углы	227
§ 13.6. Геометрия аффинных евклидовых пространств	230
§ 13.7. n -мерный куб и n -мерный симплекс	233
§ 13.8. Метод наименьших квадратов и интерполяция функций	235
Глава 14	
Операторы в пространствах со скалярным произведением	240
§ 14.1. Операторы в евклидовом (эрмитовом) пространстве	241
14.1.1. Сопряженный оператор (241). 14.1.2. Самосопряженные операторы (244). 14.1.3. Кососимметрические и косоэрмитовы операторы (250). 14.1.4. Ортогональные и унитарные операторы. Группы преобразований (254). 14.1.5. Полярное разложение (264). 14.1.6. Нормальные операторы (265). 14.1.7. Операторы в евклидовых пространствах и системы линейных уравнений (268).	
§ 14.2. Операторы в псевдоевклидовых, эрмитовых, симплектических пространствах и в пространствах с общим скалярным произведением	273
14.2.1. Сопряженные операторы (273). 14.2.2. Операторы, сохраняющие скалярное произведение (изометрические операторы) (274). 14.2.3. Самосопряженные (симметрические, эрмитовы) и кососимметрические (косоэрмитовы) операторы (277).	
Глава 15	
Квадратичные функции и поверхности второго порядка	280
§ 15.1. Квадратичные функции в евклидовом пространстве	280
§ 15.2. Поверхности второго порядка	283
Глава 16	
Тензоры	285
§ 16.1. Основные понятия	288
§ 16.2. Тензорные произведения пространств	289
§ 16.3. Симметрические и кососимметрические тензоры	292
§ 16.4. Тензоры в евклидовых и симплектических пространствах	296
§ 16.5. Операция Ходжа и евклидова структура	299
ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ	301

*Светлой памяти наших Учителей:
Павла Сергеевича Александрова,
Сергея Владимировича Бахвалова,
Бориса Николаевича Делоне,
Александра Геннадиевича Куроша,
Алексея Серапионовича Пархоменко,
Игоря Владимировича Проскурякова
посвящается настоящая книга*

ПРЕДИСЛОВИЕ к первому изданию

Многолетнее преподавание курсов аналитической геометрии и линейной алгебры убедила нас в необходимости создания нового единого сборника задач по этим двум дисциплинам. Настоящая книга отражает обновление курса линейной алгебры, предпринятое С.П. Новиковым в 70–80-х годах и основанное на активном применении методов линейной алгебры в аппарате современной математической физики и возросшей роли прикладных методов линейной алгебры.

Объединение в одной книге задач по аналитической геометрии и линейной алгебре позволяет подчеркнуть геометрические аспекты линейной алгебры и сделать ее объекты более наглядными.

Книга состоит из двух частей. В первой части содержатся задачи по традиционному курсу аналитической геометрии, а во второй — по курсу линейной алгебры и геометрии. Мы старались почти все теоретические задачи сопровождать упражнениями разной степени трудности, чтобы читатель с их помощью сразу же мог проверить, как он понял новые определения и алгоритмы.

Составители с удовольствием благодарят рецензентов профессоров А.В. Зарелу и А.В. Чернавского за конструктивную критику и доцента Н.Н. Ченцову за помощь в подборе задач по вычислительным методам линейной алгебры.