

УДК 519.6:004.9 (075.8)

ББК 32.973.26-018я73

ПЗ9

Рецензенты: чл.-корр. РАН, доктор физ.-мат. наук *Н. Н. Калиткин*;  
доктор физ.-мат. наук, профессор *В. Ф. Бутузов*

**Плохотников К. Э.**

**ПЗ9** Вычислительные методы. Теория и практика в среде MATLAB: курс лекций. Учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр.– М.: Горячая линия – Телеком, 2013. – 496 с.: ил.

**ISBN 978-5-9912-0354-8.**

Изложены основные теоретические положения вычислительных методов, особое внимание уделено развитию у студентов практических навыков программирования классических вычислительных алгоритмов. В качестве среды программирования выбран пакет MATLAB, отличающийся простым в употреблении языком программирования и огромной библиотекой уже имеющихся программ для разного рода расчетов. В курсе из 15 лекций приводятся и разбираются 124 учебные программы MATLAB, на базе которых разработаны 2 контрольные работы, содержащие 180 задач. Для удобства читателей учебные программы, рассмотренные в книге, доступны на сайте издательства. Книга подготовлена на основе курса лекций «Вычислительные методы», прочитанного автором на физическом факультете Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.

Для студентов вузов, будет полезна инженерам и преподавателям.

**ББК 32.973.26-018я73**

Адрес издательства в Интернет [WWW.TECHBOOK.RU](http://WWW.TECHBOOK.RU)

Учебное издание

**Плохотников Константин Эдуардович**

**Вычислительные методы**

**Теория и практика в среде MATLAB: курс лекций**

Учебное пособие для вузов

*2-е издание, исправленное*

Редактор С. В. Васильев

Компьютерная верстка И. М. Чумаковой

Обложка художника В. Г. Ситникова

Подписано в печать 15.07.2013. Формат 60×88/16. Уч. изд. л. 31. Тираж 500 экз. (1-й завод 100 экз.)

ISBN 978-5-9912-0354-8

© К. Э. Плохотников, 2013

© Издательство «Горячая линия–Телеком», 2013

# Оглавление

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ .....</b>	<b>3</b>
<b>Лекция 1. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ.....</b>	<b>5</b>
Методологическое введение .....	5
Примеры математических моделей .....	7
<b>Лекция 2. АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ.....</b>	<b>22</b>
Полиномиальный метод интерполяции .....	22
Интерполяционный многочлен Лагранжа .....	26
Сплайны .....	28
Среднеквадратичное приближение .....	31
Метод наименьших квадратов .....	34
Многомерная интерполяция.....	37
<b>Лекция 3. ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ.....</b>	<b>42</b>
Интерполяционный полином Ньютона .....	42
Простейшие формулы численного дифференцирования .....	44
Метод Рунге–Ромберга .....	51
<b>Лекция 4. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ.....</b>	<b>57</b>
Полиномиальная аппроксимация .....	57
Формула трапеций .....	57
Формула Симпсона .....	61
Формула средних .....	64
Формула Эйлера .....	67
Процесс Эйткена .....	69
Формулы Гаусса–Кристоффеля .....	72
Стандартные функции интегрирования в среде MATLAB .....	77
<b>Лекция 5. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ.....</b>	<b>81</b>
Линейные системы уравнений .....	81
Метод исключения Гаусса.....	82
Работа с разреженными матрицами.....	89
Уравнение с одним неизвестным .....	92
Стандартные функции поиска корней в MATLAB .....	103
<b>Лекция 6. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ.....</b>	<b>108</b>
Постановка проблемы собственных значений .....	108
Устойчивость .....	112
Построение характеристического многочлена матрицы .....	116
Трехдиагональные матрицы.....	121
Метод обратных итераций для поиска собственных векторов .....	125
Метод отражения.....	129
Проблема собственных значений в среде MATLAB .....	136

<b>Лекция 7. ПОИСК МИНИМУМА .....</b>	<b>139</b>
Постановка задачи.....	139
Золотое сечение.....	140
Метод парабол.....	145
Минимум функции многих переменных.....	149
Спуск по координатам.....	152
Наискорейший спуск .....	157
Метод сопряженных градиентов .....	164
<b>Лекция 8. ОБЫКНОВЕННЫЕ</b>	
<b>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....</b>	<b>168</b>
Постановка задачи Коши.....	168
Метод Пикара .....	171
Метод малого параметра .....	173
Метод ломаных.....	175
Метод Рунге–Кутта.....	179
Метод Адамса.....	187
Решатели дифференциальных уравнений в MATLAB .....	191
Постановка краевой задачи .....	195
Метод стрельбы.....	196
Краевая задача. Разностный метод.....	200
Краевая задача в среде MATLAB .....	203
<b>Контрольная работа № 1 ПО МАТЕРИАЛАМ ЛЕКЦИЙ 1–8 .....</b>	<b>205</b>
<b>Лекция 9. УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ .....</b>	<b>216</b>
Введение .....	216
Точные методы решения .....	218
Автомодельные решения .....	221
Разностный метод.....	225
Невязка.....	228
Методы составления разностных схем .....	230
Аппроксимация .....	236
Устойчивость.....	237
Метод разделения переменных .....	243
Операторные неравенства .....	244
Сходимость.....	246
<b>Лекция 10. УРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА .....</b>	<b>248</b>
Линейное уравнение переноса .....	248
Геометрическая интерпретация устойчивости .....	258
Квазилинейное уравнение .....	271
<b>Лекция 11. ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.....</b>	<b>286</b>
Одномерные уравнения .....	286
Многомерное уравнение.....	303

<b>Лекция 12. ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ .....</b>	<b>317</b>
Счет на установление.....	317
Прямые методы решения.....	338
Итерационные методы.....	345
<b>Лекция 13. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ .....</b>	<b>354</b>
Схема “крест” .....	354
Неявная схема.....	359
Двухслойная акустическая схема .....	367
Многомерные схемы .....	377
<b>Лекция 14. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ .....</b>	<b>389</b>
Корректно поставленные задачи.....	389
Некорректные задачи .....	407
<b>Лекция 15. МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ (МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО).....</b>	<b>433</b>
Случайные величины .....	433
Разыгрывание случайной величины .....	434
Интерполяция .....	442
Решение линейных алгебраических систем методом Монте-Карло .....	446
Вычисление интегралов.....	449
Решение краевых задач.....	463
<b>Контрольная работа № 2 ПО МАТЕРИАЛАМ ЛЕКЦИЙ 9–15 .....</b>	<b>469</b>
<b>ОТВЕТЫ.....</b>	<b>486</b>
К контрольной работе № 1 .....	486
К контрольной работе № 2 .....	489
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>492</b>