

УДК 373.3:51  
ББК 22.1я729  
3-80

**Золотарёва Н. Д.**

3-80 Математика. Сборник задач по основному курсу : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, Ю. А. Попов, Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов ; под ред. М. В. Федотова. — Электрон. изд. — М. : Лаборатория знаний, 2022. — 270 с. — (ВМК МГУ — школе). — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-00101-990-9

Настоящее пособие составлено преподавателями факультета ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова на основе задач вступительных экзаменов по математике в МГУ и задач Единого государственного экзамена. Пособие содержит теоретический материал, примеры с решениями и подборку задач.

Рекомендуется школьникам при подготовке к сдаче Единого государственного экзамена, абитуриентам при подготовке к поступлению как в МГУ, так и в другие вузы, учителям математики, репетиторам, руководителям кружков и факультативов, преподавателям подготовительных курсов.

**УДК 373.3:51  
ББК 22.1я729**

**Деривативное издание на основе печатного аналога:** Математика. Сборник задач по основному курсу : учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, Ю. А. Попов, Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов ; под ред. М. В. Федотова. — М. : Лаборатория знаний, 2022. — 265 с. : ил. — (ВМК МГУ — школе). — ISBN 978-5-93208-253-9.

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

**ISBN 978-5-00101-990-9**

© Н. Д. Золотарёва, Ю. А. Попов,  
Н. Л. Семендяева, М. В. Федотов, 2022  
© Лаборатория знаний, 2022

# Оглавление

От редактора . . . . .	6
Предисловие . . . . .	7

## Часть I. Алгебра 9

1. Преобразование алгебраических выражений, простейшие уравнения и неравенства . . . . .	9
1.1. Формулы сокращенного умножения, преобразование алгебраических выражений . . . . .	9
1.2. Сравнение чисел . . . . .	12
1.3. Модуль числа и алгебраического выражения, уравнения и неравенства с модулем . . . . .	14
1.4. Квадратный трехчлен, разложение квадратного трехчлена на множители, квадратные уравнения и неравенства, теорема Виета . . . . .	17
2. Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства, простейшие системы уравнений . . . . .	22
2.1. Рациональные уравнения и неравенства, метод интервалов . . . . .	22
2.2. Простейшие системы уравнений. Подстановка и исключение переменных при решении систем уравнений . . . . .	26
2.3. Радикалы. Иррациональные уравнения и неравенства, равносильные преобразования . . . . .	28
2.4. Смешанные задачи . . . . .	32
3. Преобразование тригонометрических выражений, стандартные тригонометрические уравнения . . . . .	34
3.1. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента, формулы двойного и половинного аргументов . . . . .	34
3.2. Простейшие тригонометрические уравнения. Разложение на множители, сведение к квадратному уравнению . . . . .	37
3.3. Применение тригонометрических формул для сведения уравнений к простейшим . . . . .	40
3.4. Различные задачи на отбор корней . . . . .	44
4. Стандартные текстовые задачи . . . . .	47
4.1. Пропорциональные величины . . . . .	47
4.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии . . . . .	49
4.3. Скорость, движение и время . . . . .	52
4.4. Работа и производительность . . . . .	57
4.5. Проценты, формула сложного процента . . . . .	59
5. Стандартные показательные и логарифмические уравнения и неравенства . . . . .	62
5.1. Преобразование логарифмических выражений. Сравнение логарифмических и показательных значений . . . . .	62
5.2. Простейшие показательные уравнения и неравенства, равносильные преобразования . . . . .	65

5.3.	Простейшие логарифмические уравнения и неравенства, равносильные преобразования . . . . .	69
5.4.	Смешанные задачи . . . . .	74
6.	Линейные и однородные тригонометрические уравнения, системы тригонометрических уравнений, использование ограниченности тригонометрических функций . . . . .	77
6.1.	Линейные тригонометрические уравнения, метод вспомогательного аргумента . . . . .	77
6.2.	Однородные тригонометрические уравнения второй степени, замена тригонометрических выражений . . . . .	79
6.3.	Системы тригонометрических уравнений . . . . .	83
6.4.	Использование ограниченности тригонометрических функций, оценочные неравенства . . . . .	88
7.	Изображение множества точек на координатной плоскости, использование графических иллюстраций в уравнениях и неравенствах различных типов . . . . .	92
7.1.	Геометрические места точек, графики функций, правила линейных преобразований графиков . . . . .	92
7.2.	Плоские геометрические фигуры, применение метода координат . . . . .	97
7.3.	Использование графических иллюстраций при решении уравнений и неравенств . . . . .	99
8.	Элементы математического анализа . . . . .	102
8.1.	Производная, ее геометрический и физический смыслы. Производные элементарных функций, основные правила дифференцирования функций . . . . .	102
8.2.	Исследование функций с помощью производной . . . . .	106
8.3.	Первообразные элементарных функций. Основные правила нахождения первообразных. Вычисление площади плоской фигуры с помощью первообразной . . . . .	110
9.	Текстовые задачи . . . . .	114
9.1.	Скорость, движение и время . . . . .	114
9.2.	Арифметическая и геометрическая прогрессии . . . . .	117
9.3.	Концентрация, смеси и сплавы, массовые и объемные доли . . . . .	119
9.4.	Целые числа, перебор вариантов, отбор решений . . . . .	123
10.	Раскрытие модулей в уравнениях и неравенствах различных видов . . . . .	126
10.1.	Различные приемы раскрытия модулей, системы уравнений и неравенств с модулями . . . . .	127
10.2.	Раскрытие модулей в тригонометрических уравнениях . . . . .	131
10.3.	Раскрытие модулей в показательных и логарифмических уравнениях и неравенствах . . . . .	134
11.	Разложение на множители и расщепление в уравнениях и неравенствах различных видов . . . . .	136
11.1.	Понятие расщепления. Равносильные преобразования . . . . .	136
11.2.	Расщепление в тригонометрических уравнениях и неравенствах . . . . .	140

11.3.	Расщепление в показательных и логарифмических уравнениях и неравенствах. Модифицированный метод интервалов . .	143
11.4.	Смешанные задачи . . . . .	148

## Часть II. Геометрия 151

### Планиметрия 151

1.	Треугольники . . . . .	151
1.1.	Прямоугольные треугольники . . . . .	151
1.2.	Треугольники общего вида. Теоремы синусов, косинусов . . . . .	156
1.3.	Медиана, биссектриса, высота . . . . .	160
1.4.	Подобие треугольников. Теорема Фалеса . . . . .	163
1.5.	Площади . . . . .	168
2.	Окружности . . . . .	172
2.1.	Углы в окружностях. Касание окружности и прямой . . . . .	172
2.2.	Свойства касательных, хорд, секущих . . . . .	177
2.3.	Смешанные задачи . . . . .	181
3.	Многоугольники . . . . .	185
3.1.	Параллелограммы . . . . .	185
3.2.	Трапеции . . . . .	189
3.3.	Четырехугольники общего вида. Правильные многоугольники	193
4.	Координаты и векторы . . . . .	197
4.1.	Декартовы координаты и векторы на плоскости . . . . .	197

### Стереометрия 204

	Введение в стереометрию . . . . .	204
5.	Призма . . . . .	207
5.1.	Прямая призма . . . . .	207
5.2.	Наклонная призма . . . . .	211
6.	Пирамида . . . . .	213
6.1.	Правильная пирамида . . . . .	213
6.2.	Тетраэдр . . . . .	215
6.3.	Произвольные пирамиды . . . . .	217
7.	Тела вращения . . . . .	219
7.1.	Цилиндр . . . . .	219
7.2.	Конус . . . . .	221
7.3.	Шар . . . . .	224
8.	Координаты и векторы . . . . .	228
8.1.	Декартовы координаты и векторы в пространстве . . . . .	228

## Варианты ДВИ МГУ последних лет 232

## Ответы 242

## Список литературы 265