

Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирский федеральный университет

А. Л. Адрианов

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
УДАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОГО И ВЯЗКОГО
ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА НА ОСНОВЕ
ДИСКРЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКОГО ПОДХОДА**

Монография

Красноярск
СФУ
2016

УДК 533.6.011.6.001.573
ББК 22.253.33
А325

Р е ц е н з е н т ы:

В. К. Андреев, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом дифференциальных уравнений механики Института вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск);

В. М. Ковеня, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории математического моделирования федерального бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий СО РАН (Новосибирск)

Адрианов, А. Л.

А325 Математическое моделирование ударных течений идеального и вязкого теплопроводного газа на основе дискретно-аналитического подхода : монография / А. Л. Адрианов. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2016. – 216 с.
ISBN 978-5-7638-3365-2

Представлены результаты математического моделирования двумерных стационарных сверхзвуковых течений со схематизацией (выделением) скачков уплотнения и других газодинамических особенностей. Дискретно-аналитические алгоритмы могут использоваться при конструировании и оптимизации устройств, энергетических установок с ударными газодинамическими процессами.

Предназначена научным и инженерно-техническим работникам, аспирантам и студентам, специализирующимся в области газовой динамики.

Электронный вариант издания см.:
<http://catalog.sfu-kras.ru>

УДК 533.6.011.6.001.573
ББК 22.253.33

ISBN 978-5-7638-3365-2

© Сибирский федеральный
университет, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	5
СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН.....	6
ВВЕДЕНИЕ.....	9
Г л а в а 1. ОБОБЩЕННЫЕ СООТНОШЕНИЯ НУЛЕВОГО И ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА КРИВОЛИНЕЙНОМ СКАЧКЕ УПЛОТНЕНИЯ	19
1.1. Основные допущения и их обоснование.....	20
1.2. Вывод соотношений	22
1.3. Матричная форма записи обобщенных дифференциальных соотношений и их анализ.....	29
Г л а в а 2. ИСКЛЮЧЕНИЕ КРАЕВОГО ЭФФЕКТА И МОДЕЛЬНАЯ КРИВИЗНА СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В НЕРАВНОМЕРНОМ ПОТОКЕ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА	36
2.1. Дифференциальные соотношения на криволинейном скачке уплотнения и сохраняемый левый комплекс на слабом разрыве	37
2.2. Правый комплекс на скачке уплотнения. Вывод исключаяющего условия	43
2.3. Модельная задача о взаимодействии скачка уплотнения с тонким вихревым слоем	46
2.4. Рефракционная кривизна скачка уплотнения. Усечённая модель течения за скачком	49
2.5. Вычислительный алгоритм и результаты математического моделирования.....	50
Г л а в а 3. ЗАМЫКАНИЕ ОДС С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СВЯЗИ.....	56
3.1. Универсальный способ задания краевого эффекта в форме расширенной дифференциальной связи	57

3.2. Исключающее условие и его дифференциальное следствие в неравномерном потоке вязкого теплопроводного газа	73
Г л а в а 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА НА ОСНОВЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ.....	77
4.1. Вязкая постановка задачи о взаимодействии скачка уплотнения со сдвиговым слоем	78
4.2. Основные допущения и анализ различных подходов.....	81
4.3. Применение ОДС. Постановка задачи с явным учётом фактора вязкости-теплопроводности.....	83
4.4. Вычислительный алгоритм для частного случая – интегрирования невязких уравнений. Два способа определения решения на скачке.....	85
4.5. Вычислительный алгоритм для общего случая – интегрирования вязких уравнений без нормализации системы	88
4.6. Математическое моделирование проникновения скачка уплотнения в сдвиговый слой. Сравнительный анализ результатов по различным моделям.....	93
Г л а в а 5. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВУМЕРНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ С МНОЖЕСТВОМ РАЗРЫВОВ	114
5.1. Вводная часть	115
5.2. Конструкция полной расчётной сетки и комбинаторные операции над множеством её нерегулярных (лагранжевых) узлов	122
5.3. Расчёт гладкой части течения.....	126
5.4. Расчёт течения в окрестностях разрывов с учётом локального определения их формы	127
5.5. Выбор шага интегрирования	140
5.6. Интерференция, инициирование и фильтрация разрывов. Другие особенности вычислительного алгоритма	143
5.7. Математическое моделирование газодинамических течений с множественными взаимодействиями разрывов.....	150
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	209