

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ
ТВЕРДЫХ ТЕЛ
МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ**

Лабораторная работа

Составители:
О. М. Голицына, А. Е. Гриднев,
В. Е. Рисин, И. Е. Занин

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2017

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ МЕТОДОМ
КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определение моментов инерции тел простой геометрической формы, являющихся составной частью крутильного маятника.

При выполнении лабораторной работы находится период колебаний маятника и рассчитывается постоянная момента упругих сил его пружины. Зная параметры системы (постоянную момента упругих сил, собственный момент инерции) и используя свойство аддитивности момента инерции, определяется момент инерции рассматриваемых тел.

Краткая теория

Основное уравнение динамики вращательного движения для тела, вращающегося вокруг закрепленной оси, имеет вид:

$$M = \frac{dL}{dt} \quad (1),$$

где M – суммарный момент всех внешних сил, L – суммарный момент импульса твердого тела. Если рассматриваемая ось является одной из главных осей вращения абсолютно твердого тела, то момент импульса относительно этой оси будет равен:

$$L = J \cdot \omega \quad (2),$$

где J – осевой момент инерции твердого тела, ω – абсолютное значение угловой скорости вращения.

Тогда уравнение вращательного движения в проекциях на эту ось определяется выражением

$$M = \frac{d}{dt}(J \cdot \omega) = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (3).$$

С учетом того, что $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, окончательно можно записать

$$B = 4\pi^2 \left(\frac{J_0 + J_{cm} + 2J_{cp}}{D} \right) \quad (14).$$

Экспериментально получив при измерениях набор значений T^2 от a^2 , можно рассчитать параметры колебательной системы: постоянную момента упругих сил D и собственный момент инерции системы J_0 . Для этого необходимо графически построить линейную зависимость T^2 от a^2 и по графику определить коэффициенты A и B (рис. 1).

Величину D находят из формулы (13), зная массу груза m_{cp} и значение углового коэффициента линейной зависимости A . Затем по значению коэффициента прямой B , а также, используя предварительно вычисленные величины D , J_{cm} и J_{cp} , определяют J_0 из формулы (14).

Заменяв стержень с грузами на другое тело с неизвестным моментом инерции J_x , получим новое значение периода колебаний такого маятника

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J_0 + J_x}{D}} \quad (15).$$

По известным значениям T , J_0 и D нетрудно рассчитать J_x :

$$J_x = \frac{T^2 \cdot D}{4\pi^2} - J_0 \quad (16).$$

Экспериментальная установка

В состав установки входят станина, вертикальная ось с пружиной, набор разных тел, блок с фотодатчиком и электронный таймер (рис.2, 3).

Используемый в работе маятник совершает крутильные колебания вокруг *вертикальной оси 1* с помощью упругой стальной *пружины 2*. Вертикальная ось с пружиной крепятся к *станине 3* с помощью *прижимного винта 4*. На вертикальную ось насаживается съемный образец, в качестве которого в работе используются *стержень 5* с двумя *цилиндрами 6*, а также *сплошной диск 7*. Используемый в работе маятник совершает крутильные колебания вокруг *вертикальной оси 1* с помощью упругой стальной

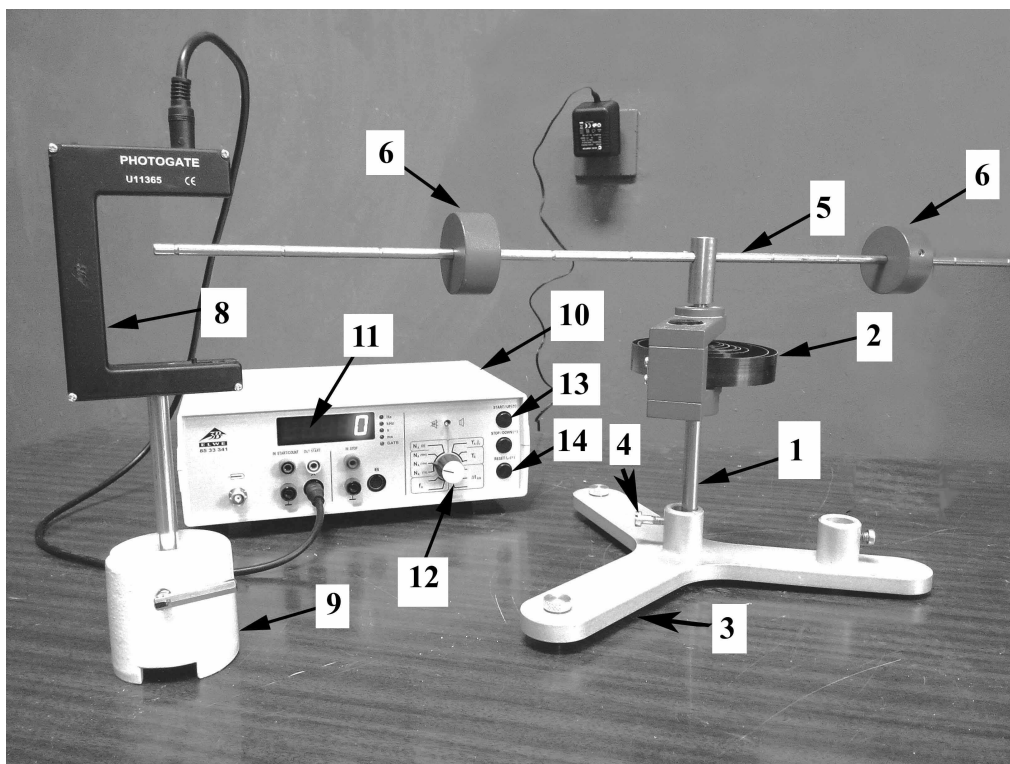


Рис.2. Экспериментальная установка для наблюдения крутильных колебаний.

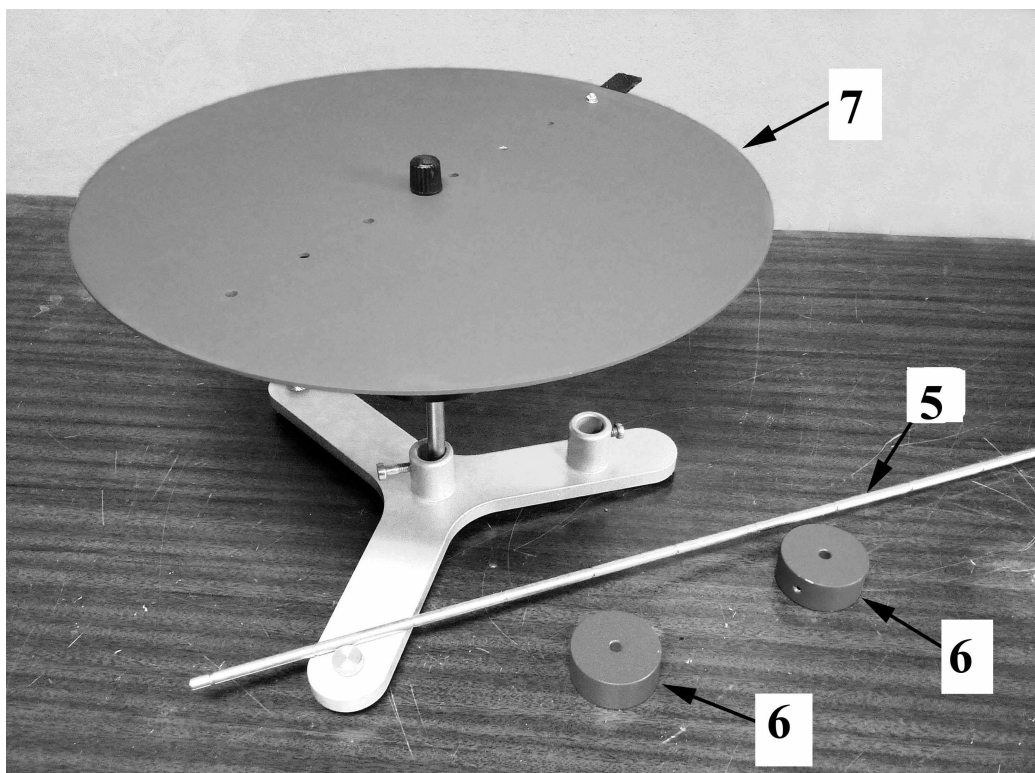


Рис.3. Набор прилагаемых тел.

пружины 2. Вертикальная ось с пружиной крепятся к станине 3 с помощью прижимного винта 4. На вертикальную ось насаживается съёмный образец, в качестве которого в работе используются стержень 5 с двумя цилиндрами 6, а также сплошной диск 7.

В систему измерения входят *фотодатчик 8 на опоре 9 и электронный блок 10. В процессе измерений фотодатчик срабатывает при пересечении съёмным образцом его вертикальной плоскости. Сигнал с фотодатчика поступает на электронный блок, с помощью которого определяется период колебаний T . Переключателем 12 электронного блока задается режим измерений, для точного определения периода колебаний переключатель 12 устанавливают в такое положение T_A , для которого временной отрезок между двумя последовательными срабатываниями фотодатчика отображается в миллисекундах на таймере 11.*

Данные установки:

- масса стержня $m_{cm} = (135,00 \pm 0,01)$ гр;
- длина стержня $l_{cm} = (62,00 \pm 0,05)$ см;
- расстояние между рисками стержня $l_0 = (5,00 \pm 0,05)$ см;
- масса груза $m_{gp} = (261,50 \pm 0,01)$ гр;
- длина груза $l_{gp} = (2,05 \pm 0,05)$ см;
- внутренний радиус груза $R_1 = (0,60 \pm 0,05)$ см;
- внешний радиус груза $R_2 = (4,50 \pm 0,05)$ см;
- масса диска $m_D = (470,00 \pm 0,01)$ гр;
- радиус диска $R_D = (16,00 \pm 0,05)$ см.

Методика проведения работы

Упражнение 1. Определение постоянной момента упругих сил пружины.

1. С помощью лаборанта на оси 1 маятника закрепите стержень 5 с цилиндрическими грузами 6. Стержень необходимо вставить в сквозное отверстие вертикальной опоры 1 и зажать посередине прижимным винтом 3. Цилиндрические грузы расположите симметрично на минимальном расстоянии a от оси вращения (первые засечки на стержне, см. таблицу 1).

2. Переключатель 12 электронного блока установите в положение T_A , при этом должен загореться индикатор «ms» - миллисекунды. Фотодатчик расположите в положении равновесия крутильного маятника. При этом на фотодатчике должен загореться светодиодный индикатор.

3. Отклоните маятник, осторожно держа его за конец стержня противоположный фотодатчику, в сторону примерно на 5 – 10 градусов. Нажмите на электронном блоке кнопку “start up”, при этом должен загореться индикатор «Gate». Затем отпустите стержень. В момент прохождения крутильным маятником положения равновесия сработает фотодатчик и начнётся отсчёт времени. После чего маятник достигнет положения амплитудного значения и при обратном движении вновь пересечёт положение равновесия, в этот момент отсчёт времени прекратится. Таким образом на индикаторе прибора будет отображаться время в миллисекундах, соответствующее половине периода колебаний крутильного маятника. Занесите в таблицу 1 значение полупериода колебаний системы $T/2$.

4. Повторите для заданного расположения грузов измерения три раза. Значения полупериодов колебаний системы $T/2$ запишите в таблицу 1.

5. Перемещая цилиндрические грузы и располагая их на засечках стержня симметрично на большем удалении от вертикальной оси, повторите пункты 3 и 4 для всех возможных значений a . Результаты запишите в таблицу 1.

Таблица 1. Результаты измерений для упражнения 1.

Номер изме- рения	$a, м$	$\frac{T_1}{2}, с$	$\frac{T_2}{2}, с$	$\frac{T_3}{2}, с$	$\langle T \rangle, с$	$T^2, с^2$	$a^2, м^2$
1							
2							
3							
4							
5							
6							

Обработка результатов измерений.

1. Для всех положений грузов на оси вычислите средний период колебаний T и квадрат этой величины T^2 . Результаты запишите в таблицу 1.
2. Вычислите значения a^2 для каждого положения грузов. Результаты запишите в таблицу 1.
3. Постройте график зависимости T^2 от a^2 . Как следует из формулы (12), зависимость T^2 от a^2 является линейной. Однако результаты измерений всегда содержат в себе погрешность, и реальные экспериментальные точки зависимости T^2 от a^2 вовсе не обязательно будут строго лежать на одной прямой. Поэтому прямую проводят так, чтобы примерно равное количество точек располагалось выше и ниже прямой, а их общий разброс относительно прямой был минимальным. Построив прямую, определяют её коэффициенты A и B (рис.1).

Для более точного построения линейной зависимости по указанию преподавателя воспользуйтесь обработкой данных на ЭВМ с помощью метода наименьших квадратов (МНК) [1]. Данный метод позволяет математически подобрать уравнение прямой, наилучшим образом соответствующее набору экспериментальных данных T^2 и a^2 . Результатом вычислений на ЭВМ по МНК является значение углового коэффициента линейной зави-