

А. В. Пушкин

ГЕОМЕТРОДИНАМИКА





ФГУП
“РОССИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЯДЕРНЫЙ
ЦЕНТР – ВНИИЭФ”

А. В. Пушкин

ГЕОМЕТРОДИНАМИКА

**ПРОГРАММА РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМОВ
ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ
УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ДВУМЕРНЫЕ
И ТРЕХМЕРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ
СПЛОШНЫХ СРЕД**

Монография

Саров, 2005

УДК 53.01; 514.764.323

ББК 22.3

К П91

Пушкин А. В.

Геометродинамика. Программа разработки алгоритмов построения аналитических решений уравнений, описывающих двумерные и трехмерные движения сплошных сред. Монография. – Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005. – 243 с.: ил.

ISBN 5-9515-0050-8

В монографии в сжатом виде излагается новый подход к геометризации физической теории и некоторые его применения. Он представляет собой вариант единой теории поля, основанный на конформно-инвариантном обобщении общей теории относительности. В силу конформной (масштабной) симметрии метод пригоден для применения не только в космологии, но и в физике обычных масштабов, а также в микрофизике.

Рассмотрены прикладные аспекты геометродинамики, изложен новый подход к описанию диссипативных сплошных сред, формулировке граничных и начальных условий, методам аналитического решения начально-краевых задач различной размерности (в том числе и трехмерных) и контролю точности вычислений.

В книгу включены также некоторые публикации, непосредственно связанные с тематикой монографии.

Для физиков-теоретиков, занимающихся и интересующихся фундаментальными вопросами физики, физиков и математиков, разрабатывающих алгоритмы численного моделирования двумерных и трехмерных движений сплошных сред.

**Авторский текст монографии подготовлен к печати
редакционной группой:**

М. В. Горбатенко, Г. Г. Кочемасов, Б. А. Надыкто, Н. А. Пушкин,
А. К. Хлебников

ISBN 5-9515-0050-8

© ФГУП "Российский федеральный
ядерный центр – ВНИИЭФ", 2005

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
ЧАСТЬ I. ГЕОМЕТРОДИНАМИКА	7
Обозначения, терминология и структура	8
Глава 1. Обзор геометродинамики	13
Глава 2. Десять уравнений геометродинамики и их свойства	24
Глава 3. Цели исследования по Программе	81
Глава 4. Средства достижения целей Программы	89
Глава 5. 29 Задач по математике	152
Список литературы	166
ЧАСТЬ II. НЕКОТОРЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ГЕОМЕТРОДИНАМИКЕ	173
Термин "Геометродинамика"	174
"Monstrous moonshine" и физика	177
Вторая суперструнная революция	184
Динамика пространства линейной аффинной связности и конформно-инвариантное расширение уравнений Эйн- штейна	195
Термодинамический анализ уравнений геометро- динамики, основанной на геометрии Вейля	212
О построении системы аксиально-симметричных ста- ционарных решений уравнений геометродинамики. Часть 1 .	225

топологии 4-мерного многообразия. Так как сшивка листов производится в том числе и в сингулярных точках решения Керра, любая деформация вакуумного решения может помочь раскрыть неопределенность в сингулярных точках сшивки.

Автор благодарит Международный научно-технический центр за финансовую поддержку в рамках проекта KR-154.

Список литературы

1. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. // VANT. Ser. Teor. i Prikl. Fizika. 1984. Vol. 2/2. P. 40.
2. Pushkin A. V. // Proceedings of the Second International Sakharov Conference on Physics, Moscow, May 20–24, 1996. World Scientific. P. 316–319.
3. Griess R. L. // J. Contemporary Mathematics. 1985. Vol. 45. P. 121.
4. Frenkel I., Lepawsky J., Meurman A. Vertex operator algebras and the Monster // Academic Press, INC, 134 V. in 'Pure and applied mathematics', 1988.
5. Borchers R. E. // Invent. Math. 1992. Vol. 109. P. 405–444.
6. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. // VANT. Ser. Teor. i Prikl. Fizika. 1992. Vol. 2. P. 17.
7. Chandrasekhar S. The mathematical theory of black holes. Vol. 2. Clarendon Press Oxford. Oxford University Press New York (1983).
8. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V., Schmidt H.-J. // General Relativity and Gravitation. 2002. Vol. 34, No 1. P. 9–22.
9. Gorbatenko M. V., Pushkin A. V. // Ibid. No 2. P. 175–188.

Приложение 1

Задание на проведение символьных вычислений
на компьютере¹

Описание массива переменных и соотношений.

Основные переменные: $p, Q, W, \alpha, \theta, \eta, \frac{\varphi'}{\varphi}, \frac{\varphi''}{\varphi}, \dots$

Через многоточие обозначены старшие производные от φ .

Вспомогательные переменные: q, ρ^2, ϕ, x_{23} .

Виртуальные переменные: x_2, x_3 .

Обозначения:

1) Индекс "2" или "3" у любого символа обозначает частную производную по переменной x_2 или x_3 соответственно. (В явном виде переменные x_2 или x_3 ни в каких выражениях не появляются.)

2) Символ η определяет изменение знака выражения, у которого он появляется сомножителем, при перестановке $2 \leftrightarrow 3$. Его свойства:

$$\eta^2 = 1, \quad \eta^3 = \eta. \text{ Он не дифференцируется!}$$

3) Вспомогательные переменные – это обозначения для определенных комбинаций основных переменных:

$$q \equiv \frac{1}{2} \eta (e^p - e^{-p});$$

$$x_{23} = -\frac{1}{2} x_2 x_3 \rho \sqrt{1 + \alpha^2} \left(\frac{\cos \theta}{\alpha} + \sin \theta \right);$$

$$\rho^2 \equiv (e^{2p} - 1) \left[\frac{1}{4} (1 - e^{-2p}) + e^{2p} \frac{\varphi''}{\varphi} - (e^{2p} + 1) \frac{\varphi'}{\varphi} - \eta \left(e^p - e^{-p} - \frac{\varphi'}{\varphi} e^p \right) Q \right].$$

¹ В соответствии с формулами данного Приложения все алгебраические компьютерные вычисления проведены В. М. Лойко.

$$\phi \equiv -\frac{1}{2}\rho + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{1}{2}(1 - e^{-2\rho}) + 2e^{2\rho} \frac{\phi'}{\phi} - e^{2\rho} \frac{\phi''}{\phi} - (e^{2\rho} - 1) + \right. \\ \left. + q \left[Q + \eta e^{\rho} \left(\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) \right] - \eta \frac{\phi'}{\phi} e^{\rho} Q \right\}.$$

4) Описание символов с участием ϕ .

ϕ – функция от одной переменной.

ϕ' , ϕ'' – это обозначения обыкновенных производных от ϕ по этой переменной. Частные производные по переменным x_2 и x_3 от выражения, содержащего только ϕ, ϕ', ϕ'' и т. д., определяются следующим правилом:

$$\partial_2(\phi) \equiv \phi_2 = -\phi' e^{\rho} \eta x_2;$$

$$\partial_3(\phi) \equiv \phi_3 = +\phi' e^{\rho} \eta x_3.$$

5) Выражения для всех частных производных от основных переменных $\rho, W, Q, \alpha, \theta$.

$$\rho_3 = x_3 \left(\rho \sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta + q \right);$$

$$\rho_2 = x_2 \left(\rho \sqrt{1 + \alpha^2} \frac{\cos \theta}{\alpha} - q \right);$$

$$\alpha_3 = x_3 \frac{1}{2} (1 + \alpha^2) \alpha \left\{ -(W - 1) - \left[Q + \eta e^{\rho} \left(\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) \right] \right\} - \\ - x_3 \frac{1}{2} (1 + \alpha^2)^{3/2} \rho \cos \theta + x_3 \frac{1}{2} \alpha (1 + \alpha^2) q;$$

$$\alpha_2 = x_2 \frac{1}{2} (1 + \alpha^2) \frac{1}{\alpha} \left\{ +(W - 1) - \left[Q + \eta e^{\rho} \left(-\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) \right] \right\} + \\ + x_2 \frac{1}{2} (1 + \alpha^2)^{3/2} \rho \frac{\sin \theta}{\alpha} + x_2 \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} (1 + \alpha^2) q;$$

$$W_3 = x_3 W [-(W - 1) + 1 - Q];$$

$$W_2 = x_2 W [-(W - 1) + 1 + Q];$$

$$\begin{aligned}
Q_3 &= x_3 Q \left\{ -W - \left[Q + \eta e^p \left(\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) - \eta e^p \right] + \rho \sqrt{1 + \alpha^2} \sin \theta + q \right\}; \\
Q_2 &= x_2 Q \left\{ -W + \left[Q + \eta e^p \left(-\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) - \eta e^p \right] + \rho \sqrt{1 + \alpha^2} \frac{\cos \theta}{\alpha} - q \right\}; \\
\theta_3 &= -\frac{\rho_2}{\rho} - x_3 \cos \theta \sqrt{1 + \alpha^2} \phi + x_3 \frac{1}{2} \alpha \left\{ -(W - 1) + \left[Q + \eta e^p \left(\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) \right] - q \right\} + \\
&\quad + x_3 e^{-p} \eta (-\sin 2\theta + \alpha \cos 2\theta); \\
\theta_2 &= +\frac{\rho_3}{\rho} + x_2 \frac{\sin \theta}{\alpha} \sqrt{1 + \alpha^2} \phi + x_2 \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha} \left\{ +(W - 1) + \left[Q + \eta e^p \left(\frac{\phi'}{\phi} - 1 \right) \right] - q \right\} + \\
&\quad + x_2 e^{-p} \eta \left(-\sin 2\theta - \frac{1}{\alpha} \cos 2\theta \right).
\end{aligned}$$

Замечание:

$$x_2 = \alpha x_3; \quad x_3 = \frac{1}{\alpha} x_2.$$

Комментарий редакционной группы.

В оригинальной работе А. В. Пушкина имеется Приложение 2 "Общая схема интегрирования уравнений геометродинамики". В данной книге текст этого приложения приводится в главе 4, пункты 4.1–4.15.

Пушкин Александр Васильевич

ГЕОМЕТРОДИНАМИКА

Монография

Редактор *Л. В. Мазан*

Компьютерная подготовка оригинала-макета *Н. А. Лештаева*

Подписано в печать 28.06.2005. Формат 60×90/16
Печать офсетная. Усл. печ. л. ~ 14. Уч. изд. л. ~ 12,5
Тираж 300 экз. Зак. тип. 365-2005

Отпечатано в Издательско-полиграфическом комплексе
ФГУП "РФЯЦ-ВНИИЭФ"
607190, г. Саров Нижегородской обл.