

УДК 517.4(075.8)

ББК 22.162я73

A16

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича
Южного федерального университета (протокол № 4 от 14 апреля 2017 г.)*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор кафедры информатики
и вычислительного эксперимента
Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича
Южного федерального университета
В. С. Пилиди;

доктор физико-математических наук, профессор кафедры
математики, физики и информационных технологий
Донского казачьего института пищевых технологий и бизнеса (филиал)
Московского государственного университета технологий и управления
им. К. Г. Разумовского (Первый казачий университет)
В. Н. Беркович

Абрамян, А. В.

A16 Непрерывная математика: теория и практика. Предел последовательности и предел функции, непрерывные и дифференцируемые функции : учебник / А. В. Абрамян ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. – 253 с.

ISBN 978-5-9275-2499-0

В учебнике освещены начальные темы курса «Непрерывная математика»: метод математической индукции, предел последовательности, предел функции, непрерывность, производная и ее приложения. Материал построен так, чтобы максимально облегчить студентам его изучение: сначала излагаются теоретические сведения и рассматриваются многочисленные примеры, демонстрирующие различные виды задач и методы их решения, затем предлагаются задания для самостоятельного выполнения. В конце учебника ко всем задачам для самостоятельного решения даны ответы. Для многих результатов приводятся их графическая интерпретация.

Для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

УДК 517.4(075.8)

ББК 22.162я73

ISBN 978-5-9275-2499-0

© Южный федеральный университет, 2018

© Абрамян А. В., 2018

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2018

Оглавление

Предисловие	5
Глава 1. Введение	7
1.1. Метод математической индукции.....	7
1.2. Задачи для самостоятельного решения	26
Глава 2. Предел последовательности	30
2.1. Определение сходящейся последовательности	30
2.1.1. Последовательности, имеющие конечный предел.....	30
2.1.2. Бесконечно большие последовательности.....	38
2.1.3. Последовательности, стремящиеся к $+\infty$	43
2.1.4. Последовательности, стремящиеся к $-\infty$	47
2.2. Вычисление предела последовательности	49
2.3. Задачи для самостоятельного решения	63
Глава 3. Предел функции	64
3.1. Определение предела функции	64
3.1.1. Предел функции при $x \rightarrow a, a \in \mathbf{R}$	64
3.1.2. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$	70
3.1.3. Предел функции при $x \rightarrow -\infty$	74
3.1.4. Предел функции при $x \rightarrow \infty$	79
3.1.5. Бесконечно большие функции при $x \rightarrow a$	80
3.1.6. Функции, стремящиеся к $+\infty$ при $x \rightarrow a$	82
3.1.7. Функции, стремящиеся к $-\infty$ при $x \rightarrow a$	83
3.1.8. Односторонние пределы.....	84
3.1.9. Бесконечно большие функции при $x \rightarrow \infty$	86
3.2. Вычисление пределов.....	87
3.2.1. Предел отношения многочленов.....	90
3.2.2. Пределы иррациональных функций	95
3.2.3. Использование эквивалентностей	99
3.2.4. Предел степенно-показательной функции.....	112
3.3. Непрерывность и точки разрыва	119
3.4. Задачи для самостоятельного решения	124
Глава 4. Производная функции одной переменной	127
4.1. Производная явной функции	127
4.2. Производные высших порядков.....	141
4.3. Производная обратной функции	147
4.4. Производная функции, заданной параметрически.....	149
4.5. Производная функции, заданной неявно.....	153
4.6. Производная функции, заданной в полярных координатах	156
4.7. Задачи для самостоятельного решения	158

Глава 5. Приложения производной	162
5.1. Правило Лопиталья.....	162
5.2. Формула Тейлора.....	172
5.2.1. Символ o и его свойства.....	172
5.2.2. Разложение функций по формуле Тейлора.....	175
5.2.3. Приближенные вычисления.....	185
5.3. Формула Тейлора: раскрытие неопределенностей.....	191
5.4. Задачи для самостоятельного решения.....	197
Глава 6. Построение графиков функций	200
6.1. Предварительные сведения.....	200
6.1.1. Критерий монотонности функции.....	200
6.1.2. Экстремум функции.....	200
6.1.3. Выпуклые функции.....	201
6.1.4. Касательная к графику функции.....	202
6.1.5. Точки перегиба.....	202
6.1.6. Асимптоты.....	203
6.2. Построение графиков функций.....	204
6.3. Задачи для самостоятельного решения.....	223
Глава 7. Справочные сведения	226
7.1. Формулы для возведения в степень.....	226
7.2. Формулы сокращенного умножения.....	227
7.3. Арифметическая прогрессия.....	228
7.4. Геометрическая прогрессия.....	228
7.5. Тригонометрические формулы.....	229
7.5.1. Значения и связь с обратными функциями.....	229
7.5.2. Формулы приведения.....	230
7.5.3. Период синуса и косинуса.....	232
7.5.4. Период тангенса и котангенса.....	232
7.5.5. Сумма и разность тригонометрических функций.....	233
7.5.6. Функции суммы и разности аргументов.....	233
7.5.7. Функции удвоенного аргумента.....	233
7.5.8. Формулы понижения степени.....	234
7.6. Эквивалентные функции.....	234
7.7. Таблица производных.....	234
7.8. Формула Тейлора.....	235
Ответы к задачам для самостоятельного решения	236
Литература	252