

УДК 518+519.4



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту №07-01-07102.

**Фидлер М., Недома Й., Рамик Я., Рон И., Циммерманн К.**

Задачи линейной оптимизации с неточными данными. — М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2008. — 288 с.

Книга посвящена теории, численным методам и алгоритмам решения задач линейной оптимизации с неточными входными данными. Она является одним из первых изданий, где классические задачи линейного программирования рассматриваются применительно к интервальному заданию матрицы системы и вектора ее правой части. Привлечение методов интервального анализа обеспечивает строгую теоретическую базу для разработки соответствующих алгоритмов. Это позволяет в рамках единой теории и вычислительных методов решать задачи линейной оптимизации как в классических постановках, так и в новых условиях. Разработанные подходы и алгоритмы тесно увязываются с вопросами их практической реализации. Изложение иллюстрируется рядом примеров.

Книга рассчитана на широкий круг читателей, студентов, аспирантов, инженеров, вычислителей, программистов и математиков, работающих в области решения практических задач линейной оптимизации с неточными исходными данными, в условиях их неопределенности и неоднозначности.

**ISBN 978-5-93972-688-7**

Translation from the English language edition:

*Linear Optimization Problems with Inexact Data*

by M. Fiedler, J. Nedoma, J. Ramík, J. Rohn, and K. Zimmermann.

© Springer Science+Business Media, Inc., New York, 2006

All Rights Reserved

© Перевод на русский язык:

НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

|   |     |
|---|-----|
| <b>Предисловие к русскому изданию</b> . . . . .   | 12  |
| <b>Предисловие</b> . . . . .  | 15  |
| <b>ГЛАВА 1. Матрицы (М. Фидлер)</b> . . . . .   | 22  |
| 1.1. Основные понятия из теории матриц и определителей . . . . .                                    | 22  |
| 1.2. Нормы и основы вычислительной линейной алгебры . . . . .                                       | 38  |
| 1.3. Симметричные матрицы . . . . .   | 45  |
| 1.4. Обобщенные обратные матрицы . . . . .  | 51  |
| 1.5. Неотрицательные матрицы, $M$ -матрицы и $P$ -матрицы . . . . .                                 | 54  |
| 1.6. Примеры других специальных классов матриц . . . . .  | 61  |
| <b>ГЛАВА 2. Разрешимость систем интервальных линейных уравнений и неравенств (И. Рон)</b> . . . . . | 64  |
| 2.1. Введение и обозначения . . . . .   | 64  |
| 2.2. Алгоритм порождения матриц $Y_m$ . . . . .   | 66  |
| 2.3. Вспомогательный результат по сложности вычислений . . . . .                                    | 67  |
| 2.4. Разрешимость и допустимость . . . . .  | 70  |
| 2.5. Интервальные матрицы и векторы . . . . .   | 74  |
| 2.6. Слабая и сильная разрешимость/допустимость . . . . .   | 77  |
| 2.7. Слабая разрешимость уравнений . . . . .  | 78  |
| 2.8. Слабая допустимость уравнений . . . . .  | 81  |
| 2.9. Сильная разрешимость уравнений . . . . .   | 82  |
| 2.10. Сильная допустимость уравнений . . . . .  | 89  |
| 2.11. Слабая разрешимость неравенств . . . . .  | 92  |
| 2.12. Слабая допустимость неравенств . . . . .  | 93  |
| 2.13. Сильная разрешимость неравенств . . . . .   | 94  |
| 2.14. Сильная допустимость неравенств . . . . .   | 96  |
| 2.15. Резюме I: Вычислительная сложность задач . . . . .  | 97  |
| 2.16. Допусковые решения . . . . .  | 98  |
| 2.17. Управляемые решения . . . . .   | 100 |
| 2.18. Формальные решения . . . . .  | 102 |
| 2.19. Случай квадратной системы . . . . .   | 103 |

|   |     |
|---|-----|
| 2.20. Резюме II: Типы решений . . . . .                   | 113 |
| 2.21. Замечания и библиографический комментарий . . . . . | 113 |

### ГЛАВА 3. Интервальное линейное программирование

|  |     |
|--|-----|
| <b>(И. Рон)</b> . . . . .                                      | 118 |
| 3.1. Линейное программирование, двойственность . . . . .       | 118 |
| 3.2. Задача интервального линейного программирования . . . . . | 123 |
| 3.3. Область значений оптимума . . . . .                       | 123 |
| 3.4. Нижняя граница . . . . .                                  | 127 |
| 3.5. Верхняя граница . . . . .                                 | 134 |
| 3.6. Конечная область значений оптимума . . . . .              | 140 |
| 3.7. Алгоритм вычисления области значений оптимума . . . . .   | 142 |
| 3.8. Замечания и библиографический комментарий . . . . .       | 142 |

### ГЛАВА 4. Линейное программирование при задании коэффициентов в виде множеств

|   |     |
|---|-----|
| <b>(Й. Недома, Я. Рамик)</b> . . . . .  | 145 |
| 4.1. Введение . . . . .   | 145 |
| 4.2. Линейное программирование при задании<br>коэффициентов в виде множеств . . . . . | 145 |
| 4.2.1. Строгая, слабая и сильная допустимости . . . . .                               | 147 |
| 4.2.2. Целевая функция . . . . .  | 149 |
| 4.3. Двойственность . . . . .   | 150 |
| 4.3.1. Слабая двойственность . . . . .  | 152 |
| 4.3.2. Сильная двойственность . . . . .   | 153 |
| 4.4. Обобщенный симплекс-метод . . . . .  | 158 |
| 4.4.1. Алгоритм нахождения двойственного оптимального<br>решения . . . . .            | 158 |
| 4.4.2. Случай прямоугольной матрицы . . . . .   | 160 |
| 4.4.3. Алгоритм нахождения наилучшего базиса . . . . .                                | 161 |
| 4.5. Заключение . . . . .   | 162 |

### ГЛАВА 5. Нечеткая линейная оптимизация (Я. Рамик) . . . . .

|  |     |
|--|-----|
| 5.1. Введение . . . . .                              | 163 |
| 5.2. Нечеткие множества, нечеткие величины . . . . . | 165 |
| 5.3. Нечеткие отношения . . . . .                    | 169 |
| 5.4. Задачи нечеткой линейной оптимизации . . . . .  | 176 |
| 5.5. Допустимое решение . . . . .                    | 180 |
| 5.6. «Оптимальное» решение . . . . .                 | 185 |
| 5.6.1. Удовлетворяющее решение . . . . .             | 185 |

|  |            |
|--|------------|
| 5.6.2. $\alpha$ -эффективное решение . . . . .   | 190        |
| 5.7. Двойственность . . . . .  | 193        |
| 5.8. Расширенное сложение . . . . .  | 200        |
| 5.9. Специальные модели нечеткого<br>линейного программирования . . . . .  | 204        |
| 5.9.1. Гибкое линейное программирование . . . . .  | 205        |
| 5.9.2. Интервальное линейное программирование . . . . .  | 207        |
| 5.9.3. Задачи нечеткого линейного программирования<br>с централизованными параметрами . . . . .                  | 211        |
| 5.10. Многокритериальная задача нечеткого<br>линейного программирования . . . . .                                | 214        |
| 5.11. Численный пример . . . . .   | 219        |
| 5.12. Заключение . . . . .   | 224        |
| <b>ГЛАВА 6. Интервальные линейные системы и задачи<br/>оптимизации на тах-алгебрах (К. Циммерманн) . . . . .</b> | <b>225</b> |
| 6.1. Введение . . . . .  | 225        |
| 6.2. тах-сепарабельные функции и тах-сепарабельные<br>задачи оптимизации . . . . .                               | 226        |
| 6.3. Обозначения в экстремальной алгебре . . . . .   | 237        |
| 6.4. Точечные системы $(\oplus, \otimes)$ -линейных<br>уравнений и неравенств . . . . .                          | 240        |
| 6.5. Точечные тах-сепарабельные задачи<br>оптимизации с $(\oplus, \otimes)$ -линейными ограничениями . . . . .   | 244        |
| 6.6. $(\oplus, \otimes)$ -линейные системы равенств и неравенств<br>с интервальными коэффициентами . . . . .     | 249        |
| 6.7. Задачи оптимизации с $(\oplus, \otimes)$ -линейными<br>интервальными ограничениями . . . . .                | 254        |
| 6.8. Заключение . . . . .  | 258        |
| <b>Литература . . . . .</b>  | <b>259</b> |
| <b>Дополнительная литература к русскому изданию . . . . .</b>  | <b>273</b> |
| <b>Список принятых сокращений и обозначений . . . . .</b>  | <b>279</b> |
| <b>Предметный указатель . . . . .</b>  | <b>282</b> |