

УДК 517(075.8)
ББК 22.16я73
Г83

Рецензенты:

Азарнова Т.В. - заведующая кафедрой математических методов исследования операций ФГБОУ ВО Воронежский государственный университет, д.т.н., профессор;

Буховец А.Г. - профессор кафедры экономического анализа, статистики и прикладной математики ФГБОУ ВО Воронежский государственный аграрный университет, д.т.н., профессор

Г83 Высшая математика: учебное пособие / И.В. Гриднева, Л.И. Федулова, Л.А. Шишкина. – М.: ООО «ИКЦ Колос-с», 2023. – 200 с.

ISBN 978-5-00129-355-2

В учебном пособии излагается теоретический материал и приводятся примеры решения типовых задач по разделам: линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ, дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной, функции нескольких переменных, обыкновенные дифференциальные уравнения, числовые и функциональные ряды.

В учебном пособии рассмотрено применение математических методов и понятий для решения прикладных задач в экономике.

Учебное пособие предназначено для обучающихся, проходящих подготовку по направлению 38.05.01 «Экономическая безопасность», при изучении дисциплины «Математика».

УДК 517(075.8)
ББК 22.16я73

ISBN 978-5-00129-355-2

© Авторский коллектив, 2023
© ООО «ИКЦ «Колос-с», 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
1. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ, ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ	9
1.1. Элементы линейной алгебры	9
1.1.1. Матрицы	9
1.1.2. Определители	13
1.1.3. Системы линейных алгебраических уравнений	16
1.1.4. Применение элементов линейной алгебры в экономике	25
1.2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	28
1.2.1. Система координат	28
1.2.2. Векторы. Линейные операции над векторами	30
1.2.3. Базис на плоскости и в пространстве	32
1.2.4. Линейные операции над векторами в координатной форме	33
1.2.5. Аналитическая геометрия на плоскости	40
1.2.6. Плоскость и прямая в пространстве	49
1.2.7. Кривые второго порядка	53
1.2.8. Применение аналитической геометрии в экономике	58
Контрольные вопросы	60
2. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	62
2.1. Функции одной переменной	62
2.1.1. Понятие функции. Основные свойства функций	62
2.1.2. Основные элементарные функции	62
2.1.3. Применение функций в экономике	65
2.2. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности	66
2.3. Предел функции	69
2.3.1. Предел функции в точке	69
2.3.2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции	70
2.3.3. Основные теоремы о пределах	71
2.3.4. Понятие о неопределенностях	71
2.3.5. Замечательные пределы	74
2.3.6. Непрерывность и точки разрыва функции	75
Контрольные вопросы	78

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	
ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	79
3.1. Производная функции	79
3.1.1. Понятие производной.....	79
3.1.2. Основные правила дифференцирования	79
3.1.3. Дифференцирование сложной, обратной и неявно	
заданной функций.....	80
3.1.4. Производные высших порядков	83
3.1.5. Экономические интерпретации производной	84
3.2. Дифференциал функции	85
3.2.1. Понятие дифференциала функции	85
3.2.2. Дифференциалы высших порядков	87
3.3. Исследование функций и построение графиков	88
3.3.1. Основные теоремы дифференциального	
исчисления. Правило Лопиталя	88
3.3.2. Асимптоты графика функции	92
3.3.3. Определение интервалов монотонности и	
экстремумов функции	96
3.3.4. Выпуклость функции и точки перегиба.....	100
3.3.5. Общая схема исследования функции	
и построения графика.....	102
Контрольные вопросы.....	110
4. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ	
ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	112
4.1. Неопределенный интеграл.....	112
4.1.1. Понятия первообразной и неопределенного	
интеграла	112
4.1.2. Основные свойства неопределенного	
интеграла	113
4.1.3. Метод непосредственного интегрирования.....	114
4.1.4. Метод замены переменной	115
4.1.5. Метод интегрирования по частям.....	116
4.1.6. Интегрирование функций, содержащих	
квадратный трехчлен.....	118
4.1.7. Интегрирование рациональных дробей	119
4.1.8. Интегрирование тригонометрических функций	122
4.2. Определенный интеграл	126

4.2.1. Понятие определенного интеграла	126
4.2.2. Свойства определенного интеграла.....	128
4.2.3. Формула Ньютона-Лейбница	129
4.2.4. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.....	130
4.3. Геометрические приложения определенного интеграла .	132
4.3.1. Вычисление площади плоской фигуры.....	132
4.3.2. Вычисление объемов тел вращения	133
4.4. Применение интегрального исчисления в экономике	134
4.5. Несобственные интегралы.....	137
4.6. Приближенное вычисление определенных интегралов	139
Контрольные вопросы.....	141
5. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	143
5.1. Понятие функции нескольких переменных	143
5.2. Частные приращения и частные производные	144
5.3. Полное приращение и дифференциал функции.....	146
5.4. Производная по направлению и градиент функции	148
5.5. Экстремум функции многих переменных.....	150
5.6. Метод наименьших квадратов	152
5.7. Наибольшее и наименьшее значения функции в плоской области.....	155
5.8. Экономические приложения частных производных	157
Контрольные вопросы.....	159
6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	160
6.1. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	160
6.1.1. Основные понятия	160
6.1.2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши	161
6.1.3. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.....	162
6.1.4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.....	164
6.1.5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	165
6.2. Дифференциальные уравнения второго порядка.....	167
6.2.1. Основные понятия	167

6.2.2. Комплексные числа	168
6.2.3. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка	172
6.2.4. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.....	173
6.2.5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	176
6.2.6. Применение дифференциальных уравнений в экономике	179
Контрольные вопросы.....	181
7. ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ.....	183
7.1. Числовые ряды.....	183
7.1.1. Понятие числового ряда и его сходимости.....	183
7.1.2. Необходимый признак сходимости числового ряда... ..	185
7.1.3. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов.....	185
7.1.4. Знакопеременные числовые ряды	189
7.1.5. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости	190
7.2. Степенные ряды.....	191
7.2.1. Понятие степенного ряда. Радиус и область сходимости степенного ряда	191
7.2.2. Ряды Тейлора и Маклорена	193
7.2.3. Приближенное вычисление определенных интегралов	194
7.2.4. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов	196
Контрольные вопросы.....	198
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	200