



Уральский
федеральный
университет

имени первого Президента
России Б.Н.Ельцина

Институт математики
и компьютерных наук

А. Р. ДАНИЛИН

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Учебное пособие

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ПЕРВОГО ПРЕЗИДЕНТА РОССИИ Б. Н. ЕЛЬЦИНА

А. Р. Данилин

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Рекомендовано методическим советом УрФУ
в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся
по программе бакалавриата по направлениям подготовки
010100 "Математика", 010200 "Математика и компьютерные науки",
010800 "Механика и математическое моделирование",
090301 "Компьютерная безопасность"

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2012

УДК 517.98(075.8)

Д182

Рецензенты:

кафедра математики и статистики
Башкирского государственного педагогического университета
(заведующий кафедрой доктор физико-математических наук,
профессор Р. Р. Гадыльшин);

Т. Ф. Филиппова, доктор физико-математических наук,
профессор, ведущий научный сотрудник
отдела оптимального управления
Института математики и механики УрО РАН

Данилин, А. Р.

Д182 Функциональный анализ : [учеб. пособие] / А. Р. Данилин. –
Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2012. – 200 с.
ISBN 978-5-7996-0720-3

В учебном пособии излагается курс функционального анализа и интегральных уравнений. Приводятся примеры и упражнения для самостоятельного решения.

Для студентов бакалавриата математических специальностей классических университетов.

УДК 517.98(075.8)

ISBN 978-5-7996-0720-3 © Уральский федеральный университет, 2012

Оглавление

Предисловие	5
Глава 1. Метрические пространства	9
1.1. Метрика, норма, скалярное произведение	9
1.2. Топология метрических пространств	17
1.3. Предел и непрерывность в метрических пространствах	21
1.4. Сепарабельные метрические пространства	27
1.5. Полные метрические пространства	29
1.6. Компактность в метрических пространствах	34
1.7. Равномерно непрерывные отображения метрических пространств	40
1.8. Предкомпактные множества	44
Глава 2. Линейные нормированные пространства	47
2.1. Линейные операции над множествами и выпуклые множества	47
2.2. Общие свойства нормированных пространств	50
2.3. Ряды в нормированных пространствах	53
2.4. Базисы и полные системы в нормированных пространствах	55
2.5. Евклидовы и гильбертовы пространства	57
2.6. Ряды Фурье в евклидовых и гильбертовых пространствах	60
2.7. Несепарабельные гильбертовы пространства	64
Глава 3. Линейные операторы и линейные функционалы	66
3.1. Ограниченные линейные операторы и их нормы	66
3.2. Принцип равномерной ограниченности	71
3.3. Линейные функционалы	73
3.4. Сопряженные пространства	75
3.5. Теорема Хана — Банаха и ее следствия	79
	3

3.6. Псевдовнутренние точки и функционал Минковского .	83
3.7. Отделимость выпуклых множеств	87
3.8. Двойственность и рефлексивность	91
3.9. Слабая сходимость в нормированных пространствах .	97
3.10. Сопряженные операторы	104
3.11. Теоремы Банаха об открытом отображении и о замкнутом графике	106
3.12. Спектр и резольвента	113
3.13. Компактные (вполне непрерывные) операторы . . .	117
3.14. Теория Рисса — Фишера, теоремы Фредгольма . . .	126
3.15. Линейные операторы в гильбертовых пространствах	129
3.16. Интегральные уравнения	136
3.17. Некоторые методы решения интегральных уравнений	141

Глава 4. Применение методов функционального анализа в теории дифференциальных уравнений в частных производных

	143
4.1. Понятие регуляризующего алгоритма	143
4.2. Применение теоремы Гильберта — Шмидта	147
4.3. Применение теоремы Лакса — Мильграма	150
4.4. Соболевские пространства	153
4.5. Пространство $\mathcal{D}(\Omega)$	161
4.6. Пространство обобщенных функций произвольного роста	165
4.7. Операция свертки	171
4.8. Пространства \mathcal{S} , \mathcal{S}' , \mathcal{E} , \mathcal{E}'	173

Глава 5. Дифференциальное исчисление в нормированных пространствах

	178
5.1. Дифференцируемость по Фреше и Гато	178
5.2. Производные и дифференциалы высших порядков . .	184
5.3. Частные производные и функции, заданные неявно .	188
5.4. Условный локальный экстремум	193

Список библиографических ссылок	197
--	-----

План выпуска 2012 г. Подписано в печать 02.07.12
Формат 60x84¹/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times.
Уч.-изд. л. 9,0. Усл. печ. л. 12,5. Тираж 200 экз. Заказ 1380.

Издательство Уральского университета
620000, г. Екатеринбург, ул. Тургенева, 4.

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ
620000, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4.

Тел.: + (343) 350-56-64, 350-90-13

Факс: +7 (343) 358-93-06

E-mail: press.urfu@mail.ru