

172 **Vorlesungen** A

zur Einführung

in die

Algebra der linearen Transformationen

von

George Salmon.

D e u t s c h b e a r b e i t e t

von

Dr. Wilhelm Fiedler.



Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1863.

A

V o r w o r t.

Die deutsche Ausgabe von Rev. George Salmon's „Lessons introductory to the modern higher Algebra“, welche ich hier dem mathematischen Publikum vorlege, ist in einigen Punkten verändert, in andern erweitert und nach dem Stande der Entdeckungen vervollständigt worden. Die Vorlesungen VIII und IX und die Vorlesungen XI und XVI des Originals sind z. B. zu je einer Vorlesung verbunden worden, wie es die Zusammengehörigkeit ihrer Gegenstände nahe legte. Der Theorie der symmetrischen Determinanten ist eine Vorlesung (IV) gewidmet, überhaupt die Determinantentheorie vielfach erweitert, namentlich auch die Zahl der Beispiele vermehrt worden; alle Artikel derselben können dafür Zeugniß geben. Diese Erweiterung steht in Verbindung mit der vollständigeren Behandlung der Theorie der Jacobi'schen und derjenigen der Hesse'schen Determinante am Schlusse der VII. Vorlesung, welche als Beispiele für eine Form der Behandlung gegeben sind, die in analytischer Beziehung unleugbare Vorzüge vor derjenigen hat, durch die der Grundcharacter des Originals bestimmt ist. In der Uebersicht der Resultate der Theorie für die biquadratischen ternären Formen ist auf die schönen Untersuchungen von Clebsch Bezug genommen und am Schlusse der XIV. Vorlesung ein kurzer Abriss der Resultate gegeben worden, welche die algebraische Theorie der binären und ternären Formen für die elliptischen Transcendenten ans Licht gebracht hat.

Die Terminologie des Originals ist, obwohl bescheiden, an mehreren Stellen zu Gunsten der einfacheren verlassen, welche bei uns üblich zu werden scheint, doch ist die Beziehung zu derjenigen der englischen Geometer deswegen beibehalten worden,

weil überhaupt die Orientierung in derselben ein nicht zu unterschätzender Werthpunkt der „Lessons“ für den deutschen Freund dieser Untersuchungen ist.

Vielleicht möchten gelehrte Sachkenner eine grössere Annäherung an diejenige Behandlungsweise dieser algebraischen Lehren gewünscht haben, von welcher in Aronhold's grosser Arbeit: „Theorie der homogenen Functionen dritten Grades mit drei Veränderlichen“ ein ausgezeichnetes Beispiel gegeben ist, und zu welcher seitdem die Arbeiten meines trefflichen gelehrten Freundes Clebsch so schöne Beiträge geliefert haben. Ich habe geglaubt, so tief eingreifende Veränderungen wenigstens für das erste Erscheinen dieser deutschen Ausgabe unterlassen zu müssen, weil ich meine, dass bei der Fortdauer der umgestaltenden Einwirkungen der Methoden der neuern Algebra in den mit ihr zusammenhängenden Gebieten der Zeitpunkt des Abschlusses noch nicht gekommen ist; eben daraus schöpfe ich die Hoffnung, dass die vorliegende Gestalt dieser Arbeit mit ihren durchweg geometrischen Gesichtspunkten mannichfachen Nutzen für die immer allgemeinere Erkenntniss des Werthes dieser Methoden stiften möge.

Ich empfehle sie der nachsichtigen Beurtheilung der Kenner und dem Interesse des mathematischen Publikums.

Chemnitz im Mai 1863.

Dr. Wilhelm Fiedler.

Inhaltsverzeichniss.

I. Vorlesung.

Von den Determinanten; vorläufige Erläuterungen und Definition. (S. 1—8.)

Artikel.	Seite.
1. Ableitung der Determinanten durch die Elimination zwischen linearen Gleichungen	1
5. Die allgemeine Ausdrucksform und das Gesetz der Zeichen	6

II. Vorlesung.

Von den allgemeinen Eigenschaften der Determinanten und der Multiplication derselben. (S. 9—25.)

7. Die Vertauschung der horizontalen und verticalen Reihen	9
8. Die Multiplication der Elemente einer Reihe	10
9. Determinanten als Summen von Determinanten	11
11. Die Multiplication zweier Determinanten und die linearen Substitutionen	15
13. Erweiterung des Multiplicationsgesetzes; Quadrate von Determinanten; Beispiele	21

III. Vorlesung.

Von den Minoren der Determinanten und den Reciproken derselben oder den Determinanten adjungierter Systeme. (S. 26—38.)

15. Die Minoren einer Determinante und ihre Relationen; Auflösung linearer Gleichungen	26
17. Die Determinante des adjungierten Systems	30
18. Entwicklung der Determinante nach ihren Minoren; die Minoren der Reciprokal-determinante. Besondere Fälle	32

IV. Vorlesung.

Von den symmetrischen Determinanten und denjenigen, in welchen jedes Element dem ihm correspondierenden entgegengesetzt gleich ist. (S. 38—54.)

21. Die Symmetrie der Determinanten; ihre Minoren und Differentiale unter Voraussetzung derselben	38
24. Die Darstellbarkeit einer Determinante als Quadrat einer ganzen rationalen Function ihrer Elemente	42
26. Das Problem der Division und der Aufsuchung des grössten gemeinschaftlichen Divisors	46

V. Vorlesung.

Vom Grade und von der Bildung der Resultanten. (S. 54—72.)

29. Die Resultante homogener Gleichungen als Bedingung der Existenz einer gemeinschaftlichen Wurzel und die Elimination mittelst symmetrischer Functionen	54
30. Die allgemeinen Eigenschaften der Resultante	56

Artikel.	Seite.
32. Gemeinschaftliche Werthsysteme der Veränderlichen in drei Gleichungen zwischen drei Veränderlichen; die symmetrischen Functionen derselben und die Bildung der Resultante . . .	60
36. Die Resultante einer beliebigen Anzahl von Gleichungen und der Uebergang zu derselben von der eines Systems, von dessen Gleichungen nur eine nicht linear ist; Beispiele . . .	66

VI. Vorlesung.

Von der Bestimmung der gemeinsamen Wurzeln. (S. 73—79).

41. Die Bestimmung der gemeinschaftlichen Wurzeln ohne Auflösung der Gleichungen für ein einzelnes System . . .	73
43. Die Bestimmung zweier gemeinschaftlichen Werthsysteme .	76

VII. Vorlesung.

Von der Determinantenform der Resultanten. (S. 79—110.)

44. Die Methode der Elimination von Euler . . .	79
46. Die dialytische Eliminationsmethode und die Methode von Bézout . . .	81
49. Die Elimination bei Functionen von drei Veränderlichen und die Jacobi'sche Determinante eines Systems . . .	85
51. Die Beziehungen der gemeinschaftlichen Wurzeln zur Jacobi'schen Determinante und ihren Differentialen . . .	89
52. Die Determinantenform der Resultanten von Gleichungen desselben Grades . . .	91
53. Die Resultante des allgemeinen Systems . . .	93
57. Die Hesse'sche Determinante einer Function, ihre Eigenschaften und deren geometrische Interpretation . . .	98

VIII. Vorlesung.

Von den Discriminanten. (S. 111—123.)

61. Definitionen und Symbole der algebraischen Formenlehre . .	111
62. Die Discriminante und ihre Eigenschaften . . .	113
67. Discriminante des Products zweier Formen . . .	117
69. Die Discriminante, ihre Differentiale und die singulären Wurzeln algebraischer Gleichungen . . .	118

IX. Vorlesung.

Von den Invarianten, Covarianten und Contravarianten. (S. 123—150.)

72. Definition der Invarianten . . .	123
73. Definition der Covarianten . . .	124
74. Die Discriminante und Resultante binärer Formen sind Invarianten; Invarianten als symmetrische Functionen der Wurzeln . . .	126
76. Die Transformation der Differentiale bei linearen Substitutionen . . .	128
78. Die gleichzeitigen linearen Substitutionen zweier Systeme von Veränderlichen und die Theorie der Polaren als Covarianten . . .	130
81. Covarianten binärer Formen . . .	135
83. Allgemeine Gesetze für binäre Formen . . .	137
87. Von der Bildung der Evectanten . . .	139
90. Die allgemeine Theorie, entwickelt an dem Falle von drei	