

УДК 517.9
ББК 22.161.6
С 888

Перевод и издание книги выполнены при поддержке гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования, договор № 11.G34.31.0039

Стюарт Д. Е.

Динамика систем с неравенствами: удары и жесткие связи: Пер. с англ. А. П. Иванова. — М. – Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2013. — 544 с.

В монографии представлено современное состояние теории систем с ограничениями в виде неравенств. Приложения этой теории включают динамику механических систем с ударами и трением, диодные и транзисторные цепи, экономические и транспортные сети, биологические системы с ограничениями ресурсов и пр. Автор вводит понятие индекса системы, которое является ключом для определения математического аппарата, необходимого для ее исследования. В состав этого аппарата входят вариационные неравенства, комплементарность, выпуклая оптимизация, оснащенные гильбертовы пространства, численные методы. Следует отметить, что многие из этих методов развиты в последние два десятилетия и сведения о них недостаточно опубликованы на русском языке.

Вся необходимая вспомогательная теоретическая информация приведена в приложениях к книге, что делает ее доступной для понимания. Изложение иллюстрируется большим числом примеров, имеющих практическое значение.

Книга адресована специалистам в области механики, негладкой динамики и теории оптимизации, студентам старших курсов и аспирантам.

ISBN 978-5-4344-0104-3

ББК 22.161.6

Dynamics with Inequalities: Impacts and Hard Constraints

© Society for Industrial and Applied Mathematics.

Published by Izhevsk Institute of Computer Science with permission.

© Перевод на русский язык:

Институт компьютерных исследований, 2013

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Оглавление

Предисловие	xi
ГЛАВА 1. Некоторые примеры	1
1.1. Механический удар	2
1.1.1. Мяч на столе	2
1.1.2. Более сложные системы твердых тел с ударом	4
1.1.3. Удар упругих тел	6
1.2. Кулоново трение	7
1.3. Диоды и транзисторы	11
1.3.1. Диодные цепи	11
1.3.2. Транзисторы с биполярным переходом	14
1.3.3. Линии передач с диодами	15
1.4. Очереди и ограничения ресурсов	17
1.4.1. Очереди	17
1.4.2. Транспортный поток	19
1.4.3. Ограничения биологических ресурсов	20
ГЛАВА 2. Статические задачи	23
2.1. Основные инструменты	23
2.1.1. Выпуклый анализ	25
2.1.2. Множественнозначные функции	27
2.1.3. Полунепрерывность сверху и замкнутость графика	30
2.1.4. Соображения измеримости	40
2.2. Проблемы дополнителности	42
2.2.1. Алгоритм Лемке	43
2.2.2. Метод Лемке и методы гомотопии	51
2.2.3. Многогранные конусы	53
2.2.4. Специальные структуры	54
2.2.5. Дополнителность в бесконечномерном случае	57
2.3. Вариационные неравенства	58
2.3.1. Вариационные неравенства второго рода	60
2.3.2. Эквивалентные формулировки	61

2.3.3.	Оценки решений проблем дополнителъности	63
2.3.4.	Существование и единственность в конечномерном случае	67
2.3.5.	Существование решений бесконечномерных проблем .	71
2.3.6.	Выпуклые функции и субдифференциалы	73
2.4.	Максимальные монотонные операторы	74
2.4.1.	Основные свойства	75
2.4.2.	Дальнейшие примеры максимальных монотонных операторов	84
2.4.3.	Суммы максимальных монотонных операторов	88
2.4.4.	Вариационные неравенства и множители Лагранжа . .	92
2.5.	Псевдомонотонные операторы	95
2.6.	Проблема Синьорини	98
ГЛАВА 3.	Формализмы	105
3.1.	Дифференциальные вариационные неравенства	105
3.1.1.	Обсуждение смысла понятий	108
3.2.	Понятие индекса	110
3.2.1.	Поведение решений	112
3.2.2.	Проблемы индекса нуль	113
3.2.3.	Проблемы единичного индекса	114
3.2.4.	Проблемы индекса два	115
3.2.5.	Индекс три и выше	117
3.3.	Бесконечномерные проблемы	119
3.3.1.	Тройки Гельфанда	121
3.3.2.	Интерполяционные пространства в тройках Гельфанда	125
3.4.	Леммы о дифференцировании	126
3.4.1.	Леммы о дифференцировании для проблем дополнителъности	127
3.4.2.	Леммы о дифференцировании для вариационных неравенств	134
ГЛАВА 4.	Вариации на тему	137
4.1.	Дифференциальные неравенства	137
4.1.1.	Множественнозначные интегралы	139
4.1.2.	Интегральное и дифференциальное определения решений дифференциальных включений	143
4.1.3.	Существование решений дифференциальных включений	143

4.1.4.	Сравнение с дифференциальными вариационными неравенствами	149
4.2.	Максимальные монотонные операторы и дифференциальные включения	152
4.2.1.	Теория максимальных монотонных дифференциальных включений	152
4.2.2.	Максимальные монотонные операторы и тройки Гельфанда	160
4.2.3.	Приложения к уравнению теплопроводности и задачам с препятствиями	162
4.2.4.	Единственность решений и максимальные монотонные операторы	165
4.3.	Спроектированные динамические системы	168
4.4.	Процессы выметания	170
4.4.1.	Чистые процессы выметания	170
4.4.2.	Дифференциальные включения для мер	171
4.4.3.	Правило произведения Моро	177
4.4.4.	ДВМ и разрывные процессы выметания	179
4.5.	Линейные системы дополнителности	188
4.6.	Конволюционные проблемы дополнителности	194
4.6.1.	Конволюционные проблемы дополнителности индекса нуль	195
4.6.2.	КПД индекса один	196
4.6.3.	КПД индекса два и выше	197
4.6.4.	Проблемы с дробным индексом	197
4.7.	Параболические вариационные неравенства	198
4.7.1.	Сравнение с максимальными монотонными дифференциальными включениями	199
4.7.2.	Сравнение с дифференциальными вариационными неравенствами	200
ГЛАВА 5.	Индекс нуль и индекс единица	203
5.1.	Проблемы индекса нуль	203
5.1.1.	Существование и единственность	203
5.1.2.	Проблемы дополнителности индекса нуль	206
5.1.3.	Нормальная податливость механического контакта	207
5.2.	Проблемы индекса единица	208
5.2.1.	ДВН чисто индекса единица	209
5.2.2.	Единственность решения ДВН индекса единица	223
5.3.	Конволюционные проблемы дополнителности	230

5.3.1.	Существование решений КПД	231
5.3.2.	Единственность решения КПД	238
5.4.	Приложение: цепи с диодами	245
5.4.1.	Получение дифференциальных уравнений для цепей	245
5.4.2.	Включение диодов	250
5.4.3.	Оценки на $\hat{Z}(s)$ и индекс единица	253
5.4.4.	Замена токов на напряжения	255
5.4.5.	Сравнение с другими подходами	259
5.4.6.	Что если H не является связным подграфом G ?	261
5.4.7.	Активные элементы и нелинейные цепи	264
5.5.	Приложение: экономические сети	267
5.5.1.	Транспортные сети	270
5.5.2.	Динамическая транспортная модель	273
5.5.3.	Существование	276
5.5.4.	Единственность	279
ГЛАВА 6.	Индекс два: задачи об ударе	283
6.1.	Динамика твердых тел	283
6.1.1.	Лагранжева формулировка механики	284
6.1.2.	Задачи без трения	287
6.1.3.	Кулоново трение	288
6.1.4.	Моделирование частично упругого восстановления	292
6.1.5.	Технические вопросы	295
6.1.6.	Парадокс Пенлеве	297
6.1.7.	Решение парадокса Пенлеве	299
6.1.8.	Подходы к общей проблеме существования	302
6.1.9.	Доказательство существования с кулоновым трением	303
6.1.10.	Границы моделей твердого тела	315
6.2.	Удар упругих тел	316
6.2.1.	Формулировка условий контакта	319
6.2.2.	Формулировка условий контакта двух тел	321
6.2.3.	Технические вопросы	323
6.2.4.	Стержень Рауса	325
6.2.5.	Вибрирующая струна	328
6.2.6.	Абстрактное рассмотрение одного класса упругих тел	339
6.2.7.	Доказательство существования	342
6.2.8.	Общие упругие тела	347
6.2.9.	Волновое уравнение: существование вследствие ком- пенсированной компактности	350
6.2.10.	Волновое уравнение в полупространстве	351

6.3.	Упругие тела	355
6.3.1.	Удар без трения для вязкоупругих по Кельвину– Фойгту тел	357
6.3.2.	Кулоново трение	369
ГЛАВА 7.	Проблемы с дробным индексом	373
7.1.	Дробное дифференцирование и интегрирование	374
7.2.	Существование и единственность	376
7.3.	Дальнейшие результаты о регулярности	383
7.4.	Индекс между единицей и двумя	384
ГЛАВА 8.	Численные методы	387
8.1.	Выбор метода	387
8.1.1.	Методы для гладких дифференциальных уравнений	388
8.2.	Методы штрафов и редукции индекса	390
8.3.	Кусочно-гладкие методы	392
8.3.1.	Проблемы индекса нуль	392
8.3.2.	Проблемы индекса единица	393
8.3.3.	Переключение для проблем индекса нуль	395
8.3.4.	Переключение для проблем индекса единица	398
8.3.5.	Развитие алгоритма	400
8.4.	Методы дискретизации времени	401
8.4.1.	Методы Рунге–Кутты	402
8.4.2.	Существование решений системы Рунге–Кутты	409
8.4.3.	Порядок сходимости для гладких решений	413
8.4.4.	Методы Рунге–Кутты на практике	416
ПРИЛОЖЕНИЕ А.	Некоторые сведения из функционального анали- за	419
A.1.	Метрические пространства	419
A.2.	Векторные и банаховы пространства	423
A.3.	Сопряженные пространства, гильбертовы пространства и сла- бая сходимость	427
A.3.1.	Сопряженный оператор	429
A.3.2.	Слабая топология против сильной	429
A.3.3.	Компактность в конкретных пространствах	431
A.4.	Распределения и меры	433
A.5.	Пространства Соболева и уравнения в частных производных	440
A.6.	Принципы нелинейного анализа	445

Приложение В. Выпуклый и негладкий анализ	449
В.1. Выпуклые множества и функции	449
В.1.1. Опорные функции	450
В.1.2. Выпуклые проекции в гильбертовых пространствах	451
В.1.3. Выпуклые конусы	453
В.1.4. Касательные конусы и нормальные конусы	461
В.1.5. Существование точек минимума	466
В.2. Субдифференциалы и обобщенные градиенты	467
В.2.1. Двойственность по Фенхелю	471
В.2.2. Выпуклая оптимизация при наличии ограничений и условия ККТ	474
В.2.3. Инфинимальная конволюция	478
В.2.4. Негладкий анализ: за пределами выпуклого анализа	482
Приложение С. Дифференциальные уравнения	485
С.1. Существование решений для липшицевых обыкновенных дифференциальных уравнений	485
С.2. Лемма Гронуолла и ее обобщения	487
С.3. Теорема существования Каратеодори для непрерывных обыкновенных дифференциальных уравнений	490
С.4. Преобразования Лапласа и Фурье	492
Примечания	497
Литература	503
Предметный указатель	521