

УДК 514
ББК 22.1
А92

Атанасян С. Л.

А92 Геометрия 2 : учебное пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. — 4-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2024. — 547 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-695-7

В учебнике собран материал второй части единого курса геометрии, изучение которого необходимо будущему учителю математики для успешной работы со школьниками. Изложение теоретического материала проиллюстрировано типовыми примерами.

Для студентов, аспирантов и преподавателей математических факультетов вузов.

**УДК 514
ББК 22.1**

Деривативное издание на основе печатного аналога: Геометрия 2 : учебное пособие для вузов / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под ред. С. Л. Атанасяна. — 3-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2023. — 544 с. : ил. — ISBN 978-5-93208-326-0.

В соответствии со ст.1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-93208-695-7

© Лаборатория знаний, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
 Часть I. Методы изображений	
Глава I. Свойства изображений	7
§ 1. Изображение плоских фигур при параллельном проектировании	7
§ 2. Изображение многогранников при параллельном проектировании	16
§ 3. Изображение цилиндра, конуса и шара	23
Глава II. Построение изображений	31
§ 4. Аксонометрия	31
§ 5. Полные и неполные изображения. Сечения многогранников	42
§ 6. Метрические задачи аксонометрии	48
§ 7. Метод Монжа	55
 Часть II. Основания геометрии	
Глава I. Аксиоматика евклидова пространства	65
§ 8. История попыток доказательства пятого постулата Евклида	65
§ 9. Общие вопросы аксиоматики. Требования, предъявляемые к системам аксиом	79
§ 10. Система аксиом Гильберта трехмерного евклидова пространства. Обзор следствий аксиом принадлежности и порядка	90
§ 11. Обзор следствий аксиом конгруэнтности, непрерывности и параллельности	98
§ 12. Аксиоматика Вейля трехмерного евклидова пространства	107
§ 13. Свойства прямых и плоскостей в аксиоматике Вейля трехмерного евклидова пространства	113
§ 14. Свойства понятия «лежать между» в аксиоматике Вейля. Свойства отрезков, лучей полуплоскостей и углов	120
§ 15. Равенство отрезков и углов в аксиоматике Вейля. Аксиомы непрерывности	131
Глава II. Аксиома параллельности и утверждения, ей эквивалентные	140
§ 16. Эквивалентность пятого постулата Евклида и утверждения Фаркаша Бойяи аксиоме параллельности евклидовой геометрии	140

§ 17. Теоремы Лежандра	145
§ 18. Эквивалентность аксиомы параллельности евклидовой плоскости теореме о сумме углов треугольника, постулату Валлиса и предложе- нию Лежандра	151
§ 19. Свойства четырехугольника Саккери. Предложе- ние Посидония	158

Глава III. Геометрия Лобачевского 164

§ 20. Аксиоматика пространства Лобачевского. Основ- ные следствия	164
§ 21. Параллельные прямые на плоскости Лобачев- ского	169
§ 22. Угол параллельности, функция Лобачевского . .	182
§ 23. Свойства прямых на плоскости Лобачевского . .	189
§ 24. Пучки прямых на плоскости Лобачевского, тра- ектории пучков	196
§ 25. Модель Кэли–Клейна планиметрии Лобачевского	208

Глава IV. Теория измерений 224

§ 26. Длина отрезка. Теоремы существования и един- ственности длины отрезка	224
§ 27. Площадь многоугольника. Теоремы существова- ния и единственности	233
§ 28. Равновеликие и равноставленные многоуголь- ники. Теорема Бойяи–Гервина. Объем много- гранника	246

Часть III. Проективная геометрия

Глава I. Проективная плоскость и ее основные свой- ства 257

§ 29. Центральное проектирование. История возникно- вения проективной геометрии	257
§ 30. Аксиомы Вейля проективного пространства. Прямые на проективной плоскости и их свойства. Модели проективной плоскости	264
§ 31. Координаты точек на проективных прямой и плоскости	273
§ 32. Преобразования координат точек проективной плоскости. Уравнение прямой на проективной плоскости. Однородные и неоднородные коорди- наты точек расширенной плоскости	280
§ 33. Принцип двойственности. Теорема Дезарга . . .	290

Глава II. Двойные отношения точек и прямых, проективные отображения и преобразования . . .	301
§ 34. Двойные отношения точек на проективной прямой	301
§ 35. Двойное отношение четырех прямых пучка и его свойства	309
§ 36. Двойное отношение точек на расширенной плоскости. Гармонические четверки точек и прямых	315
§ 37. Проективные отображения прямых и пучков . .	325
§ 38. Проективные преобразования плоскости	335
Глава III. Кривые второго порядка на проективной плоскости	348
§ 39. Линии второго порядка на проективной плоскости	348
§ 40. Пересечение линии второго порядка с прямой, полюсы и поляры	359
§ 41. Теоремы Штейнера, Паскаля и Брианшона . . .	374
Глава IV. Проективные интерпретации аффинной и евклидовой геометрий и неевклидовой геометрии Лобачевского	387
§ 42. Проективная интерпретация аффинной геометрии	387
§ 43. Линии второго порядка на проективной плоскости с фиксированной прямой	397
§ 44. Проективная интерпретация евклидовой геометрии	404
§ 45. Проективная интерпретация геометрии Лобачевского	415

Часть IV. Элементы топологии и дифференциальной геометрии

Глава I. Топологические пространства и многообразия	427
§ 46. Топологические пространства	427
§ 47. Операции над множествами в топологическом пространстве	436
§ 48. Непрерывные отображения топологических пространств	445
§ 49. Связные и компактные топологические пространства	451
§ 50. Топологические многообразия	464

Глава II. Дифференциальная геометрия	472
§ 51. Векторная функция от одной и двух переменных	472
§ 52. Гладкие подмногообразия в евклидовом пространстве. Понятия линии и поверхности	477
§ 53. Касательная и длина дуги гладкой линии. Кривизна и кручение, натуральные уравнения линии	485
§ 54. Касательная плоскость и нормаль поверхности. Первая квадратичная форма	496
§ 55. Кривизна линии на поверхности. Вторая квадратичная форма	507
§ 56. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности	514
§ 57. Внутренняя геометрия поверхности. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна	522
§ 58. Изометричные поверхности. Изгибание поверхности	533
Литература	539