

УДК 532.5
ББК 22.253.3
М 80

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Южного федерального университета*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор **В. А. Батищев**;
кандидат физико-математических наук, доцент **С. В. Рогожин**;
доктор физико-математических наук, профессор **А. Н. Соловьев**;
кандидат физико-математических наук, доцент **В. Г. Цибулин**

*Монография подготовлена и издана в рамках национального проекта
«Образование» по «Программе развития федерального государственного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
“Южный федеральный университет” на 2007–2010 гг.»*

Моршнева И. В.

М 80 Бифуркация рождения цикла в динамических системах с симметрией и ее приложения в гидродинамике / И. В. Моршнева. — Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2010. — 140 с.

ISBN 978-5-9275-0727-6

В монографии представлена теория бифуркации рождения цикла в динамических системах с конечными и с непрерывными группами симметрии, которые наиболее часто встречаются в задачах математической физики. Особенность и новизна изложения материала состоит в том, что теория строится так, чтобы ее было удобно применить к исследованию задач гидродинамики, она приводит к явным выражениям для асимптотик ответвившихся режимов и для величин, определяющих их характер и устойчивость. Приводится также применение теории к задаче о возникновении автоколебаний в вертикальном слое жидкости.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов математических и физических факультетов.

ISBN 978-5-9275-0727-6

**УДК 532.5
ББК 22.253.3**

- © И. В. Моршнева, 2010
- © Южный федеральный университет, 2010
- © Оформление. Макет. Издательство Южного федерального университета, 2010

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Бифуркация рождения цикла в системах с $O(2)$-симметрией	10
1.1. Уравнения разветвления для систем с инверсионной симметрией	13
1.2. Четные, псевдонечетные циклы и циклы общего вида	19
1.2.1. Четные и псевдонечетные циклы	19
1.2.2. Циклы общего вида	21
1.2.3. О четных и псевдонечетных относительно дополнительной инверсии циклах	28
1.3. Возникновение циклов в системах с круговой симметрией	29
1.4. Устойчивость периодических режимов в системах с круговой симметрией	34
1.4.1. Устойчивость бегущих волн	36
1.4.2. Устойчивость смешанного режима	39
1.5. Фазовый портрет систем с круговой симметрией	41
Глава 2. Бифуркация рождения цикла в системах с $O(2) \times O(2)$-симметрией	59
2.1. Уравнения разветвления для систем с группой симметрии ромба	60
2.2. Четные и псевдонечетные циклы	65
2.3. Уравнения разветвления для систем с двойной круговой симметрией	70
2.4. Инвариантные координатные подпространства	76

2.5. Циклы на инвариантных подпространствах	79
2.5.1. Циклы на подпространствах Γ_k^+ ($k = 1, 2, 3$)	79
2.5.2. Циклы на подпространстве Γ^e	82
2.5.3. Циклы на подпространстве Γ_i^+	83
2.5.4. Циклы на подпространстве Γ_{123}	85
2.6. Устойчивость циклов в системах с двойной круговой симметрией	87
2.6.1. Устойчивость бегущих волн	87
2.6.2. Устойчивость L_3 -четного режима	92
2.6.3. Устойчивость инверсионно-симметричного цикла	97
2.6.4. Устойчивость периодического режима на Γ_i^+	99
2.6.5. Устойчивость косых бегущих волн	102
Глава 3. Приложения теории к гидродинамическим системам с симметрией	106
3.1. Автоколебания в вертикальном слое жидкости	108
3.1.1. Постановка задачи	108
3.1.2. Двумерный случай	110
3.1.3. Пространственный случай	115
3.2. Автоколебания в вертикальном слое жидкости с движущимися границами	121
3.2.1. Постановка задачи	122
3.2.2. Двумерный случай	124
Заключение	130
Литература.....	131