

УДК 532.5  
ББК 22.253.3  
М 80

*Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Южного федерального университета*

**Рецензенты:**

доктор физико-математических наук, профессор **В. А. Батищев**;  
кандидат физико-математических наук, доцент **С. В. Рогожин**;  
доктор физико-математических наук, профессор **А. Н. Соловьев**;  
кандидат физико-математических наук, доцент **В. Г. Цибулин**

*Монография подготовлена и издана в рамках национального проекта  
«Образование» по «Программе развития федерального государственного  
образовательного учреждения высшего профессионального образования  
«Южный федеральный университет» на 2007–2010 гг.»*

**Моршнева И. В.**

М 80      Бифуркация рождения цикла в динамических системах с сим-  
метрией и ее приложения в гидродинамике / И. В. Моршнева. —  
Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2010. — 140 с.

**ISBN 978-5-9275-0727-6**

В монографии представлена теория бифуркации рождения цикла в динамических системах с конечными и с непрерывными группами симметрии, которые наиболее часто встречаются в задачах математической физики. Особенность и новизна изложения материала состоит в том, что теория строится так, чтобы ее было удобно применить к исследованию задач гидродинамики, она приводит к явным выражениям для асимптотик ответвившихся режимов и для величин, определяющих их характер и устойчивость. Приводится также применение теории к задаче о возникновении автоколебаний в вертикальном слое жидкости.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов математических и физических факультетов.

**ISBN 978-5-9275-0727-6**

**УДК 532.5  
ББК 22.253.3**

© И. В. Моршнева, 2010  
© Южный федеральный университет, 2010  
© Оформление. Макет. Издательство  
Южного федерального университета, 2010

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Бифуркация рождения цикла в системах с <math>O(2)</math>-симметрией .....</b>	<b>10</b>
1.1. Уравнения разветвления для систем с инверсионной симметрией .....	13
1.2. Четные, псевдонечетные циклы и циклы общего вида .....	19
1.2.1. Четные и псевдонечетные циклы .....	19
1.2.2. Циклы общего вида .....	21
1.2.3. О четных и псевдонечетных относительно дополнительной инверсии циклах .....	28
1.3. Возникновение циклов в системах с круговой симметрией .....	29
1.4. Устойчивость периодических режимов в системах с круговой симметрией .....	34
1.4.1. Устойчивость бегущих волн .....	36
1.4.2. Устойчивость смешанного режима .....	39
1.5. Фазовый портрет систем с круговой симметрией .....	41
<b>Глава 2. Бифуркация рождения цикла в системах с <math>O(2) \times O(2)</math>-симметрией .....</b>	<b>59</b>
2.1. Уравнения разветвления для систем с группой симметрии ромба .....	60
2.2. Четные и псевдонечетные циклы .....	65
2.3. Уравнения разветвления для систем с двойной круговой симметрией .....	70
2.4. Инвариантные координатные подпространства .....	76

2.5. Циклы на инвариантных подпространствах .....	79
2.5.1. Циклы на подпространствах $\Gamma_k^+$ ( $k = 1, 2, 3$ ) .....	79
2.5.2. Циклы на подпространстве $\Gamma^e$ .....	82
2.5.3. Циклы на подпространстве $\Gamma_i^+$ .....	83
2.5.4. Циклы на подпространстве $\Gamma_{123}$ .....	85
2.6. Устойчивость циклов в системах с двойной круговой симметрией .....	87
2.6.1. Устойчивость бегущих волн .....	87
2.6.2. Устойчивость $L_3$ -четного режима .....	92
2.6.3. Устойчивость инверсионно-симметричного цикла .....	97
2.6.4. Устойчивость периодического режима на $\Gamma_i^+$ .....	99
2.6.5. Устойчивость косых бегущих волн .....	102
<b>Глава 3. Приложения теории к гидродинамическим системам с симметрией .....</b>	<b>106</b>
3.1. Автоколебания в вертикальном слое жидкости .....	108
3.1.1. Постановка задачи .....	108
3.1.2. Двумерный случай .....	110
3.1.3. Пространственный случай .....	115
3.2. Автоколебания в вертикальном слое жидкости с движущимися границами .....	121
3.2.1. Постановка задачи .....	122
3.2.2. Двумерный случай .....	124
<b>Заключение .....</b>	<b>130</b>
<b>Литература.....</b>	<b>131</b>