

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический
университет им. Л. Н. Толстого»
Факультет математики, физики и информатики

ВСЕРОССИЙСКИЕ СТУДЕНЧЕСКИЕ ТУРНИРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ

Тула, 2002–2015 гг.

В 2 частях

Часть II

**СБОРНИК ЗАДАЧ
И ДРУГИЕ МАТЕРИАЛЫ**

Учебно-методическое пособие

Под редакцией В. А. Шулюпова

Тула
Издательство ТГПУ им. Л. Н. Толстого
2017

ББК 22.1я73
В85

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор *А. Р. Есаян*;
(Тульский государственный педагогический
университет им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, доцент *Н. В. Белецкая*;
(Московский технологический университет (МИРЭА))

Авторы-составители:

кандидат физико-математических наук, доцент *Ю. А. Игнатов*
(ТГПУ им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, доцент *В. А. Шулюпов*
(ТГПУ им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, доцент *И. Ю. Реброва*
(ТГПУ им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, профессор *А. Е. Устьян*
(ТГПУ им. Л.Н.Толстого);
кандидат педагогических наук, доцент *А. Ю. Эвнин*
(Южно-Уральский государственный университет)

Всероссийские студенческие турниры математических боёв.
В85 Тула, 2002–2015 гг.: Учеб.-метод. пособие: В 2 ч. / Авт.-сост.
Ю. А. Игнатов, В. А. Шулюпов, И. Ю. Реброва и др.; Под ред.
В. А. Шулюпова.– Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толс-
того, 2017.– Ч. II. Сборник задач и другие материалы.– 147 с.

ISBN 978-5-9909765-3-5

Учебно-методическое пособие предназначается студентам и преподавателям вузов для оказания помощи в подготовке к будущим олимпиадам, математическим боям и другим математическим соревнованиям. Основной частью пособия является сборник задач с решениями, включающий в себя все 440 задач, представленных на семи всероссийских студенческих турнирах математических боёв, проходивших в Туле в 2002–2015 годах. Задачи систематизированы по тематическому признаку. Кроме того, приводятся правила проведения математических боёв в г. Туле, регламент турниров математических боёв, результаты всех турниров, включая результаты всех математических боёв.

ББК 22.1я73

ISBN 978-5-9909765-3-5

© Авторы-составители
Ю. А. Игнатов, В. А. Шулюпов, И. Ю. Реброва,
А. Е. Устьян, А. Ю. Эвнин, 2017
© ТГПУ им. Л. Н. Толстого, 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

Математический бой является второй по популярности формой проведения математических соревнований после классических олимпиад. Математический бой совмещает в себе математику, спортивную игру, театральное действо, формирует математическое мышление, а также, в отличие от олимпиад, способствует развитию умения коллективного решения задач, особенно ценного в современной науке, когда зачастую одна глобальная задача решается большим коллективом научных сотрудников. В математическом бою предлагаются задачи олимпиадного, а также исследовательского характера. Математический бой был изобретён в середине 60-х годов учителем математики школы № 30 г. Ленинграда И. Я. Веребейчиком, был и остаётся особенно популярным в Ленинграде (Санкт-Петербурге), Москве, в различных физико-математических школах и ведущих вузах СССР, России, Украины, в других государствах бывшего Советского Союза. Правила математического боя изложены в журнале «Квант» № 10 за 1972 год, в журнале «Математика в школе» № 4 за 1990 год, в книге С. А. Генкина «Ленинградские математические кружки» [2]. С осени 1997 года в память о великом математике и замечательном педагоге Андрее Николаевиче Колмогорове ежегодно проводятся математические турниры для старшеклассников. Эти турниры традиционно собирают самых сильных участников и по праву признаны неофициальным командным первенством России по математике среди школьников.

Проходящие в г. Туле с 1983 года математические бои проводятся по правилам, значительно отличающимся от ленинградских. В этих соревнованиях участвовали студенты ТГПИ (ныне – ТГПУ), школьники многих школ города, участники летних математических школ, летних многопрофильных школ.

С 2002 года в Туле проводятся всероссийские студенческие турниры математических боёв, всего было проведено

7 турниров (кроме них, ещё 2 турнира (III и IV) были проведены в Екатеринбурге. В этих турнирах участвовали 33 команды, представляющие 26 вузов из 18 городов России.

Многие участники турниров оставили заметный след в математике.

1. Андрей Бадзян (в 2002 г., будучи 9-классником, выступал за команду ЮУрГУ) трижды побеждал на международных математических олимпиадах, ныне работает в Лондоне финансовым аналитиком.

2. Михаил Патракеев (УрГУ, 2002 г.) придумал, как разрезать равносторонний треугольник на 5 одинаковых частей («Квант» № 1 за 2016 г.).

3. Михаил Игнатъев (СамГУ) опубликовал огромную обзорную статью в ежегоднике «Математическое просвещение».

4. Наталья Бондаренко (СарГУ, 2007 г.) достигла серьёзных успехов в олимпиадах по программированию. За год в аспирантуре написала диссертацию, кандидат физико-математических наук, в 2015 г. являлась руководителем команды Саратовского университета.

5. Андрей Плющенко и Евгения Смирнова (УрГУ) также прошли путь от участника до руководителя; кандидаты физико-математических наук.

6. Александр Бескодаров (МПГУ, 2007 г.) стал известным в Москве репетитором.

Кроме этого, проводятся соревнования среди команд школ г. Тулы и Тульской области. В 1997–2002 годах проводился розыгрыш математической лиги школ города Тулы [1, 7], а с 2013 года проводятся турниры математических боёв школ Тульской области [8–10]. В этих турнирах участвуют команды, представляющие несколько десятков школ Тулы и области.

Организатором турнира является факультет математики, физики и информатики (ранее – факультет математики и информатики) ТГПУ им. Л. Н. Толстого (декан факультета – А. Е. Устьян – до 2010 г., И. Ю. Реброва – с 2010 г. осуществляют

руководство турниром). Подбором и составлением задач для турнира руководит доцент кафедры АМАГ Ю. А. Игнатов, турнирными вопросами, ведением сайта турниров занимается доцент В. А. Шулюпов, в жюри математических боёв турнира входят преподаватели факультета, руководители команд – участниц турнира.

Основной частью данного пособия является сборник задач с решениями, включающий в себя 440 задач, предлагавшихся на всех семи всероссийских студенческих турнирах математических боёв, состоявшихся в Туле. Значительная часть задач не является новыми, они взяты из многих сборников, предлагались на различных олимпиадах и других математических соревнованиях и т. д., вместе с тем основная часть их малоизвестна, условия некоторых были изменены. Задачи систематизированы по тематическому признаку. При разбиении на разделы учтён опыт известных задачников [5–6], вместе с тем авторы понимают, что включение задачи в тот или иной раздел часто носит весьма условный характер, как и само разделение задачного материала на разделы.

Также приводятся правила проведения математических боёв в г. Туле, регламент турнира математических боёв (правила проведения турнира), результаты турниров.

Настоящее учебно-методическое пособие предназначается студентам и преподавателям вузов для подготовки к математическим олимпиадам, математическим боям и другим математическим соревнованиям. В связи с тем, что значительная часть задач, предлагавшаяся на турнирах, посвящена различным вопросам элементарной математики, пособие может быть полезно ученикам старших классов средних школ и учителям.

Авторский коллектив будет признателен всем, кто сообщит свои замечания и пожелания, касающиеся настоящего сборника, по адресу: 300026, Тула, просп. Ленина, 125, ТГПУ им. Л. Н. Толстого, факультет математики, физики и информатики, тел. (4872)-65-78-29.

Пособие издаётся в двух частях.

Во вторую часть включены 165 задач, относящиеся к стереометрии, аналитической геометрии, теории графов, различным разделам элементарной математики, а также решения, указания и ответы к ним. Кроме этого дана информация о правилах проведения математических боёв, порядке проведения турниров. Приведены результаты состоявшихся в г. Туле турниров вместе с результатами всех состоявшихся математических боёв, в большинстве случаев указаны составы команд-призёров, лучшие участники в неофициальном личном зачёте.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----|
| Предисловие | 3 |
| Задачи | 7 |
| Стереометрия | 7 |
| Система координат, векторы, аналитическая геометрия | 9 |
| Теория графов | 11 |
| Игры, выигрышные стратегии | 14 |
| Турниры | 17 |
| Операции, инварианты | 18 |
| Разрезания | 24 |
| Раскраска, покрытия, принцип Дирихле | 26 |
| Взвешивания | 27 |
| Таблицы | 28 |
| Логические задачи | 29 |
| Текстовые задачи | 31 |
| Решения, указания, ответы | 33 |
| Правила, порядок проведения турниров | 111 |
| Правила проведения математических боёв в г. Туле | 111 |
| Некоторые комментарии к правилам проведения математических боёв в г. Туле и некоторые советы участникам математических боёв по тактике ведения боя | 115 |
| Порядок проведения турниров | 117 |
| Результаты турниров | 122 |
| I Всероссийский турнир математических боёв | 122 |
| II Всероссийский турнир математических боёв | 125 |
| III Всероссийский турнир математических боёв | 128 |
| IV Всероссийский турнир математических боёв | 128 |
| V Всероссийский турнир математических боёв | 128 |
| VI Всероссийский турнир математических боёв | 132 |
| VII Всероссийский турнир математических боёв | 136 |
| VIII Всероссийский турнир математических боёв | 139 |
| IX Всероссийский турнир математических боёв | 143 |
| Литература | 146 |