

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический
университет им. Л. Н. Толстого»
Факультет математики, физики и информатики

ВСЕРОССИЙСКИЕ СТУДЕНЧЕСКИЕ ТУРНИРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ

Тула, 2002–2015 гг.

В 2 частях

Часть II

**СБОРНИК ЗАДАЧ
И ДРУГИЕ МАТЕРИАЛЫ**

Учебно-методическое пособие

Под редакцией В. А. Шулюпова

Тула
Издательство ТГПУ им. Л. Н. Толстого
2017

ББК 22.1я73
В85

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор *А. Р. Есаян*;
(Тульский государственный педагогический
университет им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, доцент *Н. В. Белецкая*;
(Московский технологический университет (МИРЭА))

Авторы-составители:

кандидат физико-математических наук, доцент *Ю. А. Игнатов*
(ТГПУ им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, доцент *В. А. Шулюпов*
(ТГПУ им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, доцент *И. Ю. Реброва*
(ТГПУ им. Л. Н. Толстого);
кандидат физико-математических наук, профессор *А. Е. Устьян*
(ТГПУ им. Л.Н.Толстого);
кандидат педагогических наук, доцент *А. Ю. Эвнин*
(Южно-Уральский государственный университет)

Всероссийские студенческие турниры математических боёв.
В85 Тула, 2002–2015 гг.: Учеб.-метод. пособие: В 2 ч. / Авт.-сост.
Ю. А. Игнатов, В. А. Шулюпов, И. Ю. Реброва и др.; Под ред.
В. А. Шулюпова.– Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толс-
того, 2017.– Ч. II. Сборник задач и другие материалы.– 147 с.

ISBN 978-5-9909765-3-5

Учебно-методическое пособие предназначается студентам и преподавателям вузов для оказания помощи в подготовке к будущим олимпиадам, математическим боям и другим математическим соревнованиям. Основной частью пособия является сборник задач с решениями, включающий в себя все 440 задач, предлагавшихся на семи всероссийских студенческих турнирах математических боёв, проходивших в Туле в 2002–2015 годах. Задачи систематизированы по тематическому признаку. Кроме того, приводятся правила проведения математических боёв в г. Туле, регламент турниров математических боёв, результаты всех турниров, включая результаты всех математических боёв.

ББК 22.1я73

ISBN 978-5-9909765-3-5

© Авторы-составители
Ю. А. Игнатов, В. А. Шулюпов, И. Ю. Реброва,
А. Е. Устьян, А. Ю. Эвнин, 2017
© ТГПУ им. Л. Н. Толстого, 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

Математический бой является второй по популярности формой проведения математических соревнований после классических олимпиад. Математический бой совмещает в себе математику, спортивную игру, театральное действо, формирует математическое мышление, а также, в отличие от олимпиад, способствует развитию умения коллективного решения задач, особенно ценного в современной науке, когда зачастую одна глобальная задача решается большим коллективом научных сотрудников. В математическом бою предлагаются задачи олимпиадного, а также исследовательского характера. Математический бой был изобретён в середине 60-х годов учителем математики школы № 30 г. Ленинграда И. Я. Веребейчиком, был и остаётся особенно популярным в Ленинграде (Санкт-Петербурге), Москве, в различных физико-математических школах и ведущих вузах СССР, России, Украины, в других государствах бывшего Советского Союза. Правила математического боя изложены в журнале «Квант» № 10 за 1972 год, в журнале «Математика в школе» № 4 за 1990 год, в книге С. А. Генкина «Ленинградские математические кружки» [2]. С осени 1997 года в память о великом математике и замечательном педагоге Андрее Николаевиче Колмогорове ежегодно проводятся математические турниры для старшеклассников. Эти турниры традиционно собирают самых сильных участников и по праву признаны неофициальным командным первенством России по математике среди школьников.

Проходящие в г. Туле с 1983 года математические бои проводятся по правилам, значительно отличающимся от ленинградских. В этих соревнованиях участвовали студенты ТГПИ (ныне – ТГПУ), школьники многих школ города, участники летних математических школ, летних многопрофильных школ.

С 2002 года в Туле проводятся всероссийские студенческие турниры математических боёв, всего было проведено

7 турниров (кроме них, ещё 2 турнира (III и IV) были проведены в Екатеринбурге. В этих турнирах участвовали 33 команды, представляющие 26 вузов из 18 городов России.

Многие участники турниров оставили заметный след в математике.

1. Андрей Бадзян (в 2002 г., будучи 9-классником, выступал за команду ЮУрГУ) трижды побеждал на международных математических олимпиадах, ныне работает в Лондоне финансовым аналитиком.

2. Михаил Патракеев (УрГУ, 2002 г.) придумал, как разрезать равносторонний треугольник на 5 одинаковых частей («Квант» № 1 за 2016 г.).

3. Михаил Игнатъев (СамГУ) опубликовал огромную обзорную статью в ежегоднике «Математическое просвещение».

4. Наталья Бондаренко (СарГУ, 2007 г.) достигла серьёзных успехов в олимпиадах по программированию. За год в аспирантуре написала диссертацию, кандидат физико-математических наук, в 2015 г. являлась руководителем команды Саратовского университета.

5. Андрей Плющенко и Евгения Смирнова (УрГУ) также прошли путь от участника до руководителя; кандидаты физико-математических наук.

6. Александр Бескодаров (МПГУ, 2007 г.) стал известным в Москве репетитором.

Кроме этого, проводятся соревнования среди команд школ г. Тулы и Тульской области. В 1997–2002 годах проводился розыгрыш математической лиги школ города Тулы [1, 7], а с 2013 года проводятся турниры математических боёв школ Тульской области [8–10]. В этих турнирах участвуют команды, представляющие несколько десятков школ Тулы и области.

Организатором турнира является факультет математики, физики и информатики (ранее – факультет математики и информатики) ТГПУ им. Л. Н. Толстого (декан факультета – А. Е. Устьян – до 2010 г., И. Ю. Реброва – с 2010 г. осуществляют

руководство турниром). Подбором и составлением задач для турнира руководит доцент кафедры АМАГ Ю. А. Игнатов, турнирными вопросами, ведением сайта турниров занимается доцент В. А. Шулюпов, в жюри математических боёв турнира входят преподаватели факультета, руководители команд – участники турнира.

Основной частью данного пособия является сборник задач с решениями, включающий в себя 440 задач, предлагавшихся на всех семи всероссийских студенческих турнирах математических боёв, состоявшихся в Туле. Значительная часть задач не является новыми, они взяты из многих сборников, предлагались на различных олимпиадах и других математических соревнованиях и т. д., вместе с тем основная часть их малоизвестна, условия некоторых были изменены. Задачи систематизированы по тематическому признаку. При разбиении на разделы учтён опыт известных задачников [5–6], вместе с тем авторы понимают, что включение задачи в тот или иной раздел часто носит весьма условный характер, как и само разделение задачного материала на разделы.

Также приводятся правила проведения математических боёв в г. Туле, регламент турнира математических боёв (правила проведения турнира), результаты турниров.

Настоящее учебно-методическое пособие предназначается студентам и преподавателям вузов для подготовки к математическим олимпиадам, математическим боям и другим математическим соревнованиям. В связи с тем, что значительная часть задач, предлагавшаяся на турнирах, посвящена различным вопросам элементарной математики, пособие может быть полезно ученикам старших классов средних школ и учителям.

Авторский коллектив будет признателен всем, кто сообщит свои замечания и пожелания, касающиеся настоящего сборника, по адресу: 300026, Тула, просп. Ленина, 125, ТГПУ им. Л. Н. Толстого, факультет математики, физики и информатики, тел. (4872)-65-78-29.

Пособие издаётся в двух частях.

Во вторую часть включены 165 задач, относящиеся к стереометрии, аналитической геометрии, теории графов, различным разделам элементарной математики, а также решения, указания и ответы к ним. Кроме этого дана информация о правилах проведения математических боёв, порядке проведения турниров. Приведены результаты состоявшихся в г. Туле турниров вместе с результатами всех состоявшихся математических боёв, в большинстве случаев указаны составы команд-призёров, лучшие участники в неофициальном личном зачёте.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Задачи	7
Стереометрия	7
Система координат, векторы, аналитическая геометрия	9
Теория графов	11
Игры, выигрышные стратегии	14
Турниры	17
Операции, инварианты	18
Разрезания	24
Раскраска, покрытия, принцип Дирихле	26
Взвешивания	27
Таблицы	28
Логические задачи	29
Текстовые задачи	31
Решения, указания, ответы	33
Правила, порядок проведения турниров	111
Правила проведения математических боёв в г. Туле	111
Некоторые комментарии к правилам проведения математических боёв в г.Туле и некоторые советы участникам математических боёв по тактике ведения боя.....	115
Порядок проведения турниров	117
Результаты турниров.....	122
I Всероссийский турнир математических боёв.....	122
II Всероссийский турнир математических боёв.....	125
III Всероссийский турнир математических боёв	128
IV Всероссийский турнир математических боёв	128
V Всероссийский турнир математических боёв	128
VI Всероссийский турнир математических боёв	132
VII Всероссийский турнир математических боёв.....	136
VIII Всероссийский турнир математических боёв	139
IX Всероссийский турнир математических боёв.....	143
Литература	146