

УДК 515.1

Рекомендовано к изданию методическим советом ПГУТИ,
протокол №45, от 10.03.2017 г.

Блатов, И.А., Старожилова О.В.

Б Геометрия и топология: учебное пособие / И.А.Блатов,
О.В.Старожилова – Самара: ПГУТИ, 2017. –220 с.

Учебное пособие затрагивает такие разделы высшей математики как: элементы функционального анализа, аналитическая геометрия, элементы топологии, дифференциальная геометрия.

Предназначено в качестве учебного пособия для студентов направления 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных, а также для студентов и магистрантов других направлений подготовки и специалистов, желающих изучать дифференциальную геометрию самостоятельно.

Каждый раздел заканчивается контрольными вопросами, которые помогут проверить теоретическое освоение курса, содержит большое количество задач для самостоятельного решения и ответы для проверки.

©Блатов И.А., Старожилова О.В., 2017

Содержание

Введение	7
Глава 1 Аналитическая геометрия	8
1.1 Основные свойства проекций	8
Свойства скалярного произведения	9
1.2 Скалярное произведение векторов, заданных своими проекциями	10
Контрольные вопросы	10
Задачи для самостоятельного изучения	11
Ответы к задачам для самостоятельного изучения	12
1.3 Векторное произведение векторов	12
Контрольные вопросы по теме «Векторное произведение»	14
Задачи для самостоятельного изучения	15
Ответы к задачам для самостоятельного изучения	16
1.4 Смешанное произведение векторов	16
Глава 2 Плоскость в пространстве \mathbf{R}^3	19
2.1 Нормальное уравнение плоскости	23
2.2 Расстояние от точки до плоскости	24
2.3 Взаимное расположение двух плоскостей	25
2.4 Условие перпендикулярности и параллельности двух плоскостей	26
Контрольные вопросы по теме «Плоскость»	26
Задачи для самостоятельного изучения	27
Ответы к задачам для самостоятельного изучения	28
Глава 3 Прямая линия	29
3.1 Уравнение прямой с угловым коэффициентом	29
3.2 Уравнение прямой проходящей через одну точку с угловым коэффициентом	31
3.3 Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки	31

3.4 Уравнение пучка прямых	32
3.5 Угол между двумя прямыми	32
3.6 Уравнение в отрезках	33
3.7 Нормальное уравнение прямой	34
3.8 Расстояние от точки до прямой	35
Контрольные вопросы	36
Задачи для самостоятельного решения	37
Ответы к задачам для самостоятельного решения	38
Глава 4 Прямая линия в пространстве	40
4.1 Уравнение прямой как линии пересечения двух плоскостей	40
4.2 Параметрическое уравнение прямой	41
4.3 Каноническое уравнение прямой	41
4.4 Уравнение прямой, проходящей через две точки	42
4.5 Переход от общих уравнений прямой к каноническим	42
4.6 Взаимное расположение прямых в пространстве	44
Задачи для самостоятельного решения	47
Ответы к задачам для самостоятельного изучения	49
Глава 5 Взаимное положение прямой и плоскости	51
5.1 Углом между прямой и плоскостью	51
5.2 Условие параллельности прямой и плоскости	52
5.3 Условие перпендикулярности прямой и плоскости	53
Контрольные вопросы по теме «Прямая и плоскость»	56
Задачи для самостоятельного изучения	56
Ответы к задачам для самостоятельного решения	57
Глава 6 Кривые второго порядка	58
6.1 Окружность	58
6.2 Эллипс	59
6.3 Гипербола	65
6.4 Парабола	70
Контрольные вопросы по теме «Кривые второго порядка»	74
Задачи для самостоятельного изучения	74
Ответы к задачам для самостоятельного решения	78

Глава 7 Преобразования системы координат на плоскости	81
7.1 Параллельный перенос системы координат	81
7.2 Поворот осей координат	82
7.3 Классификация кривых второго порядка	83
7.4 Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду	86
Контрольные вопросы по теме «Параллельный перенос»	90
Задачи для самостоятельного изучения	90
Ответы к задачам для самостоятельного изучения	91
Глава 8 Полярная система координат	92
8.1 Цилиндрическая система координат	95
8.2 Сферическая система координат	97
Задачи для самостоятельного изучения	100
Ответы для самостоятельного решения	101
Глава 9 Поверхности второго порядка	102
9.1 Сфера	104
9.2 Поверхности вращения	108
9.3 Эллипсоиды	110
9.4 Двухполостный гиперболоид	111
9.5 Однополостный гиперболоид	113
9.6 Параболоиды	115
9.7 Эллиптический параболоид	115
9.8 Гиперболический параболоид	116
Глава 10 Цилиндрические и конические поверхности	119
10.1 Цилиндрические поверхности	119
10.2 Цилиндры	120
10.3 Конические поверхности	122
Глава 11 Элементы функционального анализа	124
11.1 Линейные пространства	124
11.2 Метрические и нормированные пространства	133
Глава 12 Дифференциальная геометрия	137
12.1 Векторная функция скалярного аргумента	137
12.2 Дифференцирование вектор-функции	138

12.3 Интеграл от векторной функции по скалярному аргументу	141
12.4 Теория кривых	142
12.5 Касательная прямая к кривой	143
12.6 Соприкасающаяся плоскость кривой	145
12.7 Длина дуги как параметр	146
12.8 Кривизна кривой	148
12.9 Кручение кривой	151
12.10 Формулы Френе	154
Глава 13 Теория поверхностей	161
13.1 Регулярная поверхность	163
13.2 Кривые на поверхности	165
13.3 Касательная плоскость и нормаль	165
13.4 Первая квадратичная форма	168
13.5 Площадь поверхности	170
13.6 Вторая квадратичная форма	174
13.7 Кривизна кривой	178
13.8 Внутренняя геометрия поверхности	181
13.9 Деривационные формулы	182
Глава 14 Геодезические кривые	184
14.1 Полугеодезическая параметризация	186
Глава 15 Элементы общей топологии	189
15.1 Топологические пространства	195
Глоссарий	203
К главе 1	203
К главе 2	204
К главе 3	204
К главе 4	206
К главе 5	207
К главе 6	208
К главе 7	208
К главе 8	209
К главе 9	210
К главе 10-11	211
К главе 12-15.	215
Рекомендуемая литература	219