

ББК 22.19я7
Т19
УДК [519.95+004.421](075.8)

Рецензенты:

Заведующий кафедрой «Информационные системы и технологии» СГАУ, Заслуженный работник высшей школы РФ, Академик МАИ, д.т.н., профессор *С.А. Прохоров*; кафедра «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии» МГТУ им. Н.Э. Баумана, д.т.н., профессор *В.М. Градов*.

Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф.

Численные методы. Теория, алгоритмы, программы. – Самара: ПГУТИ, 2017. – 264 с.

Т19

ISBN 5-7410-0451-2

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей направления 230100 – Информатика и вычислительная техника.

ISBN 5-7410-0451-2

©Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф.
©Самара, 2017

Содержание

	Предисловие	7
	Введение	8
1	Решение систем линейных алгебраических уравнений	15
1.1	Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	15
1.1.1	Метод Гаусса	15
1.1.2	Связь метода Гаусса с разложением матрицы на множители. Теорема об LU разложении	18
1.1.3	Метод Гаусса с выбором главного элемента	20
1.1.4	Метод Холецкого (квадратных корней)	21
1.2	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	22
1.2.1	Метод Якоби (простых итераций)	23
1.2.2	Метод Зейделя	24
1.2.3	Матричная запись методов Якоби и Зейделя	25
1.2.4	Метод Рундсона	26
1.2.5	Метод верхней релаксации (обобщенный метод Зейделя)	27
1.2.6	Сходимость итерационных методов	27
2	Плохо обусловленные системы линейных алгебраических уравнений	29
2.1	Метод регуляризации для решения плохо обусловленных систем	31
2.2	Метод вращения (Гивенса)	32
3	Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	36
3.1	Метод простых итераций	39
3.1.1	Условия сходимости метода	40
3.1.2	Оценка погрешности	40
3.2	Метод Ньютона	41
3.2.1	Сходимость метода	43
4	Решение проблемы собственных значений	44
4.1	Прямые методы нахождения собственных значений	46
4.1.1	Метод Ливеррье	46
4.1.2	Усовершенствованный метод Фадеева	47
4.1.3	Метод Данилевского	47

4.1.4	Метод итераций определения первого собственного числа матрицы	50
5	Задача приближения функций	53
5.1	Интерполяционный многочлен Лагранжа	55
5.1.1	Оценка погрешности интерполяционного многочлена	58
5.2	Интерполяционные полиномы Ньютона	58
5.2.1	Интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов	58
5.2.2	Вторая интерполяционная формула Ньютона	61
5.3	Интерполирование сплайнами	62
5.3.1	Построение кубического сплайна	63
5.3.2	Сходимость процесса интерполирования кубическими сплайнами	65
5.4	Аппроксимация функций методом наименьших квадратов	66
6	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений	71
6.1	Семейство одношаговых методов решения задачи Коши	72
6.1.1	Метод Эйлера	72
6.1.2	Методы Рунге-Кутты	73
6.2	Многошаговые разностные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	76
6.2.1	Задача подбора числовых коэффициентов a_k, b_k	78
6.2.2	Устойчивость и сходимость многошаговых разностных методов	79
6.2.3	Примеры m -шаговых разностных методов Адамса	80
6.3	Численное интегрирование жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений	81
6.3.1	Понятие жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений	82
6.3.2	Некоторые сведения о других методах решения жестких систем	84

6.3.2.1	Методы Гира	84
6.3.2.2	Метод Ракитского	86
6.4	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений	88
6.5	Решение линейной краевой задачи	91
6.6	Решение двухточечной краевой задачи для линейного уравнения второго порядка сведением к задаче Коши	91
6.7	Методы численного решения двухточечной краевой задачи для линейного уравнения второго порядка	93
6.7.1	Метод конечных разностей	93
6.7.2	Метод прогонки	95
7	Решение дифференциального уравнения в частных производных	97
7.1	Метод сеток для решения смешанной задачи для уравнения параболического типа (уравнения теплопроводности)	99
7.2	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом сеток	101
7.3	Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток	103
	Лабораторная работа № 1. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Точные методы	106
	1.1 Метод Гаусса	
	1.2 Метод Холецкого	
	Лабораторная работа № 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы	117
	2.1 Метод Якоби	
	2.2 Метод верхней релаксации	
	2.3 Метод Зейделя	
	Лабораторная работа № 3. Решение плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений	131
	3.1 Метод регуляризации	
	3.2 Метод вращения (Гивенса)	
	Лабораторная работа № 4. Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений	138
	4.1 Метод простых итераций	
	4.2 Метод Ньютона	

Лабораторная работа № 5. Решение проблемы собственных значений и собственных векторов. Точные методы	149
5.1 Метод Леверрье	
5.2 Метод Фадеева	
5.3 Метод Крылова	
Лабораторная работа № 6. Решение проблемы собственных значений и собственных векторов. Итерационные методы	167
6.1 Метод QR-разложения	
6.2 Метод итераций	
Лабораторная работа № 7. Приближение функций	177
7.1 Интерполяционный полином Лагранжа	
7.2 Интерполирование функций с помощью кубического сплайна	
7.3 Интерполяционные формулы Ньютона	
7.4 Аппроксимация функций методом наименьших квадратов	
Лабораторная работа №8. Решение задачи Коши. Одношаговые методы	194
8.1 Метод Эйлера	
8.2 Метод Эйлера-Коши	
8.3 Метод Рунге-Кутта 4-го порядка	
Лабораторная работа №9. Решение задачи Коши. Многошаговые методы	204
9.1 Метод Адамса (явный)	
Лабораторная работа №10. Решение жестких систем ОДУ	211
10.1 Метод Гира	
10.2 Метод Ракитского (матричной экспоненты)	
Лабораторная работа №11. Численное дифференцирование	225
11.1 Дифференцирование с помощью сплайнов	
Лабораторная работа №12 Численное интегрирование	236
Лабораторная работа №13 Приближенное вычисление преобразования Фурье	248
Список использованных источников	263