

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ «МОНОГРАФИИ НГТУ»

д-р техн. наук, проф. (председатель) *Н.В. Пустовой*
д-р техн. наук, проф. (зам. председателя) *А.Г. Вострецов*
д-р техн. наук, проф. (отв. секретарь) *В.Н. Васюков*

д-р техн. наук, проф. *А.А. Батаев*
д-р техн. наук, проф. *А.С. Востриков*
д-р техн. наук, проф. *А.А. Воевода*
д-р техн. наук, проф. *В.В. Губарев*
д-р техн. наук, проф. *В.И. Денисов*
д-р физ.-мат. наук, проф. *А.К. Дмитриев*
д-р физ.-мат. наук, проф. *В.Г. Дубровский*
д-р филос. наук, проф. *В.И. Игнатьев*
д-р филос. наук, проф. *В.В. Крюков*
д-р техн. наук, проф. *Г.И. Расторгуев*
д-р физ.-мат. наук, проф. *В.А. Селезнев*
д-р техн. наук, проф. *Ю.Г. Соловейчик*
д-р техн. наук, проф. *А.А. Спектор*
д-р экон. наук, проф. *В.А. Титова*
д-р юр. наук, доц. *В.Л. Толстых*
д-р техн. наук, проф. *А.Г. Фишов*
д-р техн. наук, проф. *А.Ф. Шевченко*

УДК 519.4
П563

Рецензенты:
Академик РАН Ю.Л. Ершов
д-р физ.-мат. наук, проф. *Е. И. Тимошенко*
д-р физ.-мат. наук, проф. *В. А. Селезнёв*

Пономарев К.Н.

П563 Центроиды групп и жесткие алгебраические группы : монография / К.Н. Пономарев. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2012. – 254 с. (Серия «Монографии НГТУ»)

ISBN 978-5-7782-1978-6

В монографии приводятся результаты авторских исследований в теории алгебраических групп. Указаны приложения этих результатов к определению классов жесткости алгебраических групп.

Монография может быть использована студентами старших курсов и аспирантами университетов различной направленности.

УДК 519.4

ISBN 978-5-7782-1978-6

© Пономарев К.Н., 2012
© Новосибирский государственный
технический университет, 2012

K.N. PONOMAREV

CENTROID OF GROUPS AND RIGID ALGEBRAIC GROUPS

Monograph

Novosibirsk
2012

UDC 519.4
P563

Reviewers:

Academician of Russian academy of Sciences *Yury L. Ershov*
Professor *E. I. Timoshenko*, D.Sc. (Phys. & Math.)
Professor *V. A. Seleznev*, D.Sc. (Phys. & Math.)

Ponomarev K.N.

P563 Centroid of groups and rigid algebraic groups : monograph /
K.N. Ponomarev. – Novosibirsk : NSTU Publisher, 2012. – 254 pp.
("NSTU Monographs" series)

ISBN 978-5-7782-1978-6

Exposition of author's investigations in algebraic group theory is presented in the monograph. You can find here applications of the theory to rigidity theory of algebraic groups.

The book can be used by postgraduates.

UDC 519.4

ISBN 978-5-7782-1978-6

© Ponomarev K.N., 2012
© Novosibirsk State Technical
University, 2012

Оглавление

| | |
|--|-----|
| Предисловие | vii |
| Введение. Центроиды и фактор-морфизмы групп | 1 |
| Глава I. Центроиды нильпотентных групп | 7 |
| § 1. Центроиды абстрактных групп | 9 |
| § 2. Конечные группы | 13 |
| § 3. Инвариантные преобразования | 15 |
| § 4. Формула Б-К-Х и другие формулы | 21 |
| § 5. Центроиды полных групп | 24 |
| § 6. Пополнение группы и ее центроид | 29 |
| Комментарии к главе I | 32 |
| Глава II. Центроиды алгебраических групп | 33 |
| § 1. Нильпотентные алгебраические группы | 35 |
| § 2. Алгебраические группы с конечным центром | 37 |
| § 3. Изогении и центроиды | 42 |
| § 4. Верхний гиперцентр алгебраической группы | 47 |
| § 5. Разложения группы | 57 |
| Комментарии к главе II | 62 |
| Глава III. Унипотентные группы | 63 |
| § 1. Центроиды конечномерных алгебр | 64 |
| § 2. Фактор - морфизмы абстрактных групп | 69 |
| § 3. Симметричные когомологии групп | 71 |
| § 4. Фактор-морфизмы правильных групп | 79 |
| § 5. Группы точек унипотентных групп | 82 |
| § 6. Плотность структурных ф.-морфизмов | 87 |
| § 7. Пополнения групп и проблема Грюнвальда – Сегала | 91 |
| Комментарии к главе III | 96 |

| | |
|--|-----|
| Интермедия. Предмет и инструмент | 97 |
| § 1. Монолитичность | 98 |
| § 2. Жесткие унипотентные группы | 99 |
| § 3. Жесткость алгебр эндоморфизмов | 102 |
| § 4. Максимальные поля скаляров пространств | 105 |
| § 5. О центроидах групп | 109 |
| Глава IV. Минимальные алгебраические группы | 111 |
| § 1. Квазимиимальные группы | 115 |
| § 2. Структура квазимиимальных групп | 118 |
| § 3. Накрытия стандартных групп | 122 |
| § 4. Минимальные неразрешимые группы | 125 |
| Комментарии к главе IV | 132 |
| Глава V. Экспоненциальное действие | 133 |
| § 1. Точность экспоненциального действия | 136 |
| § 2. Нулевая характеристика | 137 |
| § 3. Абелева группа автоморфизмов | 139 |
| § 4. К совершенным замыканиям полей | 141 |
| § 5. Доказательство теоремы 0.2 | 145 |
| § 6. Лемма И. Капланского | 149 |
| Комментарии к главе V | 150 |
| Глава VI. Жесткость квазимиимальных групп | 151 |
| § 1. К стандартной группе | 156 |
| § 2. Ядра стандартных групп | 165 |
| § 3. Классы абстрактного изоморфизма | 168 |
| § 4. Поля определения $QM(L, T)$ | 171 |
| § 5. Группа Вейля | 176 |
| § 6. Свойства групповых колец | 179 |
| § 7. Основные утверждения | 180 |
| Комментарии к главе VI | 186 |
| Глава VII. Разрешимые алгебраические группы | 187 |
| § 1. Свойства алгебраических групп | 194 |
| § 2. Свойства разрешимых групп | 200 |
| § 3. Квазимиимальные группы | 207 |
| § 4. Теорема о подобных группах | 209 |

| | |
|------------------------------|-----|
| § 5. Оболочки Вейля | 215 |
| § 6. Абстрактные изоморфизмы | 219 |
| § 7. Некоторые примеры | 222 |
| Комментарии к главе VII | 224 |
| Послесловие | 225 |
| Предметный указатель | 229 |

Table of Contents extended

| | |
|----------------------|------------|
| Preface | <i>vii</i> |
|----------------------|------------|

| | |
|---|---|
| Introduction. Centroid and factor - morphismes of groups | 1 |
|---|---|

| | |
|--|----|
| Chapter 1. Centroid of nilpotent groups | 7 |
| 1. Abstract group centroid..... | 9 |
| 2. Finite group centroid. | 13 |
| 3. B.-C.-H. formula and others..... | 21 |
| 4. Complete group centroid..... | 24 |
| 5. Group completion and centroid. | 29 |
| Comments to the chapter..... | |

| | |
|--|----|
| Chapter 2. Algebraic group centroid | 33 |
| 1. Nilpotent algebraic groups. | 35 |
| 2. Algebraic groups with finite center. | 37 |
| 3. Isogenies and centroid morphismes. | 42 |
| 4. Upper hypercenter of algebraic group. | 47 |
| 5. Group decomposition. | 57 |
| Comments to the chapter. | 62 |

| | |
|---|----|
| Chapter 3. Unipotent groups | 63 |
| 1. Centroid of finite dimensional algebras. | 64 |
| 2. Factor - group of abstract group. | 69 |
| 3. Symmetric cohomology of group. | 71 |
| 4. Factor - morphismes of proper groups. | 79 |
| 5. Points of unipotent groups. | 82 |
| 6. Density of structure factor - morphismes. | 87 |
| 7. Completions and Grunewald-Segal problem. | 91 |
| Comments to the chapter. | 96 |

| | |
|---|-----|
| Intermedia. Object and tool. | 97 |
| 1. Monolithicity. | 98 |
| 2. Rigid unipotent groups. | 99 |
| 3. Endomorphismes algebra rigidity. | 102 |
| 4. Maximal scalar fields in linear spaces. | 105 |
| 5. On solvable groups centroid. | 109 |
| Chapter 4. Minimal algebraic groups. | 111 |
| 1. Quasiminimal groups. | 115 |
| 2. Structure of quasiminimal group. | 118 |
| 3. Standard group coverings. | 122 |
| 4. Minimal unsolvable groups. | 125 |
| Comments to the chapter. | 132 |
| Chapter 5. Exponential action. | 133 |
| 1. Faithful property of exponential action. | 136 |
| 2. Zero characteristic case. | 137 |
| 3. Commutative automorphismes group. | 139 |
| 4. Excellency field closure. | 141 |
| 5. Proof of the theorem. | 145 |
| 6. Kaplanski lemma. | 149 |
| Comments to the chapter. | 150 |
| Chapter 6. Quasiminimal groups rigidity. | 151 |
| 1. To standard group. | 156 |
| 2. Standard group kernel. | 165 |
| 3. Abstract isomorphismes classes. | 168 |
| 4. Definition field for $QM(L, T)$. | 171 |
| 5. Weil group. | 176 |
| 6. Group rings properties. | 179 |
| 7. Statements. | 180 |
| Comments to the chapter. | 186 |

| | |
|--|---------|
| Chapter 7. Solvable algebraic groups. | 187 |
| 1. Algebraic group properties. | 194 |
| 2. Solvable group properties. | 200 |
| 3. Quasiminimal groups. | 207 |
| 4. Similar group theorem. | 209 |
| 5. Weil hull. | 215 |
| 6. Abstract isomorphismes. | 219 |
| 7. Examples. | 222 |
| Comments to the chapter. | 224 |
| Postface. | 225 |
| Index | 229 |
| Table of contents in Russian. | 233 |