

УДК 512  
ББК 22.14  
К756

**Рецензенты:**

**А. В. Царев**, профессор кафедры алгебры МПГУ, доктор физико-математических наук

**В. Г. Чирский**, профессор кафедры теории чисел МПГУ,  
доктор физико-математических наук

К756    **Кочетова Ю. В., Шишова Е. Е.** Алгебра. Конечномерные пространства.  
Линейные операторы: Курс лекций. – М.: Прометей, 2013. – 80 с.

Предлагаемое пособие содержит конспективное изложение значительной части лекционного курса алгебры, соответствующего программе по направлению подготовки 010100.62 – математика. В нем отражены темы: системы линейных уравнений, векторные пространства, линейные операторы векторных пространств, Евклидовы пространства, матрицы и определители.

**ISBN 978-5-7042-2454-9**

© Ю. В. Кочетова, Е. Е. Шишова 2013

© Издательство «Прометей», 2013

# Содержание

<b>Предисловие</b>	<b>5</b>
<b>1 Системы линейных уравнений</b>	<b>6</b>
1.1 Основные понятия и определения . . . . .	6
1.2 Элементарные преобразования систем линейных уравнений . . . . .	7
1.3 Приведение системы линейных уравнений к ступенчатому виду . . . . .	10
1.4 Метод Гаусса исследования и решения систем линейных уравнений . . . . .	12
1.5 Матрицы системы линейных уравнений . . . . .	14
<b>2 Векторные пространства</b>	<b>15</b>
2.1 Основные определения . . . . .	15
2.2 Подпространства . . . . .	16
2.3 Линейная зависимость векторов . . . . .	18
2.4 Базис, ранг, размерность пространства . . . . .	21
2.5 Изоморфизм векторных пространств . . . . .	24
<b>3 Ранг матрицы</b>	<b>26</b>
3.1 Элементарные преобразования матриц . . . . .	26
3.2 Строчный и столбцовый ранги матрицы . . . . .	28
3.3 Ранги матриц системы уравнений . . . . .	29
3.4 Пространство решений однородной системы уравнений . . . .	30
<b>4 Сопутствующие пространства</b>	<b>32</b>
4.1 Факторпространства . . . . .	32
4.2 Взаимное расположение подпространств . . . . .	34
<b>5 Матрицы</b>	<b>36</b>
5.1 Действия над матрицами . . . . .	36
5.2 Алгебра матриц . . . . .	39
5.3 Транспонированные матрицы. Ранг произведения матриц. .	40
5.4 Матрица перехода от базиса к базису . . . . .	41
5.5 Обратимость матриц . . . . .	42
5.6 Метод Гаусса на языке умножения матриц . . . . .	44

<b>6</b>	<b>Подстановки и определители</b>	<b>45</b>
6.1	Группа подстановок . . . . .	45
6.2	Определители квадратных матриц . . . . .	48
6.3	Алгебраическое дополнение элемента определителя . . . . .	52
6.4	Дополнительный минор элемента определителя . . . . .	54
6.5	Способы вычисления определителей . . . . .	55
6.6	Правило Крамера. Способ вычисления обратной матрицы . . . . .	57
6.7	Теорема о ранге матрицы . . . . .	59
<b>7</b>	<b>Гомоморфизмы векторных пространств</b>	<b>60</b>
7.1	Простейшие свойства линейных отображений . . . . .	60
7.2	Матрицы линейного оператора . . . . .	61
7.3	Связь матриц оператора в различных базисах . . . . .	62
7.4	Ядро и образ линейного отображения . . . . .	63
7.5	Собственные векторы и значения линейного оператора . . . . .	65
7.6	Характеристическое уравнение линейного оператора . . . . .	66
7.7	Диагонализируемость матрицы оператора . . . . .	67
<b>8</b>	<b>Евклидовы пространства</b>	<b>68</b>
8.1	Скалярное умножение . . . . .	68
8.2	Норма вектора . . . . .	69
8.3	Ортогональные системы векторов . . . . .	70
8.4	Ортогональное дополнение к подпространству . . . . .	73
8.5	Изоморфизм Евклидовых пространств . . . . .	74
8.6	Действия над линейными отображениями . . . . .	75
	<b>Список литературы</b>	<b>78</b>