

УДК 519.63
ББК 22.193
В27

Веллеман Д.

В27 Искусство доказательства в математике / пер. с англ. В. С. Яценкова. – М.: ДМК Пресс, 2021. – 444 с.: ил.

ISBN 978-5-97060-911-8

Чего от вас ждут, когда просят что-то доказать? Что отличает правильное доказательство от неправильного? Эта книга поможет вам узнать ответы и разъяснит основные принципы, используемые при построении доказательств.

В отличие от школьного подхода к доказательствам как к пронумерованному списку утверждений и причин, в настоящем издании используется структурированный подход, характерный для программирования: математические доказательства также строятся путем объединения некоторых базовых структур. Выбор структуры определяется логической формой доказываемого утверждения, поэтому в начале книги рассматривается элементарная логика и читатель знакомится с различными формами математических выражений. Далее обсуждаются отношения, функции, математическая индукция и более сложные математические темы, в частности теория чисел. В конце разделов каждой главы представлен список упражнений, для части которых приводятся решения или подсказки.

Издание адресовано всем, кто интересуется логикой и доказательствами: математикам, специалистам по информатике, философам, лингвистам.

УДК 519.63
ББК 22.193

Copyright Original English language edition published by Cambridge University Press is part of the University of Cambridge. Russian language edition copyright © 2021 by DMK Press. All rights reserved.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-1-108-42418-9 (англ.)
ISBN 978-5-97060-911-8 (рус.)

© Daniel J. Velleman, 2020
© Оформление, издание, перевод,
ДМК Пресс, 2021

Содержание

От издательства	7
Предисловие к третьему изданию	8
Введение	11
Глава 1. Пропозициональная логика	17
1.1. Дедуктивное мышление и логические связи	17
1.2. Таблицы истинности	23
1.3. Переменные и множества	34
1.4. Операции над множествами.....	43
1.5. Условные и равнозначные связи.....	53
Упражнения	62
Глава 2. Кванторная логика	65
2.1. Кванторы.....	65
2.2. Эквивалентности, включающие кванторы	74
2.3. Другие операции с множествами.....	83
Глава 3. Доказательства	93
3.1. Стратегии доказательства	93
3.2. Доказательства, связанные с отрицаниями и условиями	104
3.3. Доказательства с использованием кванторов	116
3.4. Доказательства с использованием конъюнкций и равносильностей	133
3.5. Доказательство дизъюнкций.....	144
3.6. Доказательства существования и единственности	155
3.7. Более сложные примеры доказательств.....	164
Глава 4. Соответствия	174
4.1. Упорядоченные пары и декартовы произведения	174
4.2. Соответствия	182
4.3. Подробнее о соответствиях.....	190
4.4. Отношения порядка	199
4.5. Отношения эквивалентности	213
Глава 5. Функции	226
5.1. Определение функции.....	226
5.2. Однозначность и сюръективность	236
5.3. Инверсия функций	245

5.4. Замкнутые множества	254
5.5. Образы и прообразы: исследовательский проект	262
Глава 6. Математическая индукция	267
6.1. Доказательство путем математической индукции	267
6.2. Дополнительные примеры	274
6.3. Рекурсия	287
6.4. Сильная индукция	297
6.5. Вновь про замыкания	311
Глава 7. Теория чисел	317
7.1. Наибольшие общие делители	317
7.2. Простые множители	324
7.3. Модульная арифметика	333
7.4. Теорема Эйлера	341
7.5. Криптография с открытым ключом	349
Глава 8. Бесконечные множества	361
8.1. Равномощные множества	361
8.2. Счетные и несчетные множества	370
8.3. Теорема Кантора–Шредера–Бернштейна	377
Приложение. Решения некоторых упражнений	385
Дополнительные материалы	438
Краткое изложение методов доказательства	439
Предметный указатель	441