

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГОУ ВПО «Самарская государственная
сельскохозяйственная академия»

Крючин Н.П., Гусаров В.А.

Сопротивление материалов

Методические указания для изучения дисциплины

Рекомендовано методической комиссией
инженерного факультета в качестве
методического пособия
для студентов высших учебных заведений
по специальностям агроинженерного направления

РИЦ СГСХА 2010

УДК 539.3/6
К-85

Крючин Н.П.

К-85 Сопротивление материалов. Методические указания для изучения дисциплины. – Кинель, 2010. – 113 с.

Методическое пособие содержит краткие теоретические положения по изучаемым разделам курса «Сопротивление материалов»: осевое растяжение и сжатие; сдвиг; кручение; геометрические характеристики плоских сечений; прямой поперечный изгиб; определение перемещений в балках; сложное сопротивление; устойчивость равновесия деформируемых систем; динамические нагрузки. Методическое пособие составлено в соответствии с учебной программой изучения дисциплины «Сопротивление материалов» для студентов специальностей агроинженерного направления.

© Крючин Н.П., Гусаров В.А.
© ФГОУ ВПО Самарская ГСХА, 2010

Основные обозначения

F – сосредоточенная сила (условно как бы приложенная в одной точке)

q – интенсивность распределенной нагрузки, сила на единицу длины

M – внешний момент, действующий на элемент конструкции (изгибающий или крутящий)

R – реакция опоры

G – сила тяжести

γ – удельный вес материала

σ – нормальное напряжение (сигма)

τ – касательное напряжение (тау)

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение

σ_{max}, τ_{max} – максимальные напряжения

n, n_y – коэффициенты запаса прочности и устойчивости

N – продольная сила

Q, Q_x, Q_y – поперечные силы

M, M_x, M_y – изгибающие моменты относительно осей X и Y

$M_{кр}$ – крутящий момент (относительно продольной оси Z)

E – модуль продольной упругости Юнга

G – модуль сдвига

μ – коэффициент Пуассона, коэффициент приведенной длины

σ_T – предел текучести

σ_B – предел прочности

$\sigma_{ПЦ}$ – предел пропорциональности

ε – относительная продольная деформация

ε' – относительная поперечная деформация

U – потенциальная энергия деформации

T – кинетическая энергия

W – работа внешней силы

P – мощность;

Δl – продольная деформация

Δb – поперечная деформация

$\varepsilon_{\bar{\theta}}, \varepsilon_{\bar{\phi}}, \varepsilon_{\bar{z}}$ – относительные деформации

$\gamma_{\bar{\theta}\bar{\phi}}, \gamma_{\bar{\phi}\bar{z}}, \gamma_{\bar{\theta}\bar{z}}$ – угловые деформации

s – расстояние

φ – угол закручивания поперечного сечения вала при кручении, угол поворота сечений бруса при изгибе, коэффициент снижения основного допускаемого напряжения

d – диаметр круглого стержня

y – прогиб балки (это же обозначение для ординаты точки поперечного сечения относительно главных центральных осей) при изгибе

z – координата произвольной точки сечения при рассечении по методу РОЗУ

ρ_z – радиус кривизны оси бруса

C – центр тяжести

S_x, S_y – статические моменты площади сечения относительно осей X и Y

A – площадь поперечного сечения стержней, балок и валов

r_x, r_y – радиусы инерции сечения относительно осей X и Y

dA – элементарная площадка

Ω – соответствующая деформации жёсткость

V – объем тела

S_x, S_y – статические моменты площади сечения

I_p – полярный момент инерции

I_x, I_y – осевые моменты инерции

J_{xy} – центробежный момент инерции

W_ρ, W_x, W_y – моменты сопротивления при кручении и изгибе

dz – длина элементарного участка стержня, вала, балки, вала

v – скорость

a – ускорение

ω, e – угловые скорость и ускорение

n – частота вращения

m – масса точки

$F_{кр}, \sigma_{кр}$ – критическая сила и критические напряжения в расчетах на устойчивость

λ – гибкость стержня

K_d – динамический коэффициент

ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление материалов – наука о методах расчета на прочность, жесткость и устойчивость элементов инженерных конструкций. Методами сопротивления материалов ведутся практические расчеты многих современных конструкций и сооружений.

Сопротивление материалов базируется на знаниях, получаемых студентами из курсов математического анализа, физики, теоретической механики, материаловедения. Знания и навыки, получаемые при изучении данной дисциплины, используются в курсе «Детали машин» и во многих специальных дисциплинах.

Студенты, изучившие дисциплину, *должны знать*: расчетные формулы напряжений при различных видах деформации стержня, условия прочности и жесткости; основы теории моментов инерции плоских сечений; основы теории напряженного и деформированного состояния, гипотезы прочности; и *уметь* определять внутренние силовые факторы с помощью метода сечений при различных видах деформации, определять геометрические характеристики простых и сложных плоских сечений, производить расчеты на прочность и жесткость стержней и стержневых систем при растяжении – сжатии, кручении, изгибе, и сложном нагружении при статическом и динамическом действии нагрузок; расчеты на устойчивость и применять их на практике.

ГЛАВА 1

Общие понятия

1.1. Наука о сопротивлении материалов

Все современные сооружения, здания, машины элементы конструкции и сами конструкции являются предметом тщательного инженерного расчёта.

История техники и повседневная практика дают немало примеров аварий и даже катастроф, вызванных разрушением деталей машин. При тщательном изучении той или иной аварии оказывается, что ее причиной большей частью является неправильный выбор материала или размеров соответствующей детали.

Вопрос о надёжной работе машины сводится, следовательно, прежде всего к обеспечению в нормальных условиях эксплуатации таких требований, при которых машина и каждая ее деталь в отдельности могут надёжно противостоять действию внешних сил. При этом детали не должны разрушаться, т.е., должна быть обеспечена их прочность; в деталях не должны возникать значительные деформации, т.е., должна быть обеспечена их жесткость; наконец, детали должны без значительных изменений сохранять первоначально приданную им форму, т.е., должна быть обеспечена их устойчивость.

Прочность – способность тела, элементов конструкции выдерживать действие внешних нагрузок в определённых их пределах без разрушения.

Жёсткость – способность элемента конструкции сопротивляться действию внешних нагрузок без изменения геометрических размеров.

Устойчивость – способность элемента конструкции сопротивляться действию внешних нагрузок без изменения формы.

Наука, изучающая прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций, сооружений, носит название «Сопротивление материалов».

Название науки произошло от одного из основных требований, предъявляемых к материалам при их выборе для проектирования различных конструкций, а именно – способность материала

надежно без риска разрушаться или исказить свою форму, сопротивляться действию внешних сил.

Цель науки – создать практически приемлемые, простые приемы расчета типичных, наиболее часто встречающихся элементов конструкций.

Задача науки состоит в том, чтобы изучить и установить зависимости между внешними силами и вызванными этими силами деформациями и напряжениями.

1.2. Основные допущения сопротивления материалов. Расчетная схема

Для того чтобы наука о сопротивлении материалов могла рекомендовать общие теоретически основы расчета элементов конструкции, выполняемых из различных материалов, необходимо исходить из ряда допущений об их свойствах.

Допущения таковы:

1) Материал однороден, т.е. его свойства не зависят от размеров выделенного из тела объема.

В действительности однородных материалов в природе нет. Например, структура металлов состоит из множества хаотически расположенных микроскопически мелких кристаллов (зерен). Размеры же рассчитываемых элементов конструкций, как правило, неизмеримо превышают размеры кристаллов, поэтому допущение об однородности материала здесь полностью применимо.

2) Материал представляет собой сплошную среду и непрерывно заполняет весь объем элемента конструкции.

3) Материал изотропен, т.е. физико-механические свойства одинаковы по всем направлениям.

Свойства выделенного из сплошной среды элемента не зависят от его ориентации относительно выбранной системы координат. Металлы благодаря своей мелкозернистой структуре считаются *изотропными*. Но есть много *неизотропных* – *анизотропных* – материалов. К ним относятся древесина, ткани, фанера, многие пластмассы.

4) Тела считаются абсолютно упругими, т.е. обладают способностью полностью восстанавливать первоначальную форму и размеры после снятия нагрузки.

5) Деформации тела в каждой его точке прямо пропорциональны напряжениям в этой точке. Данная зависимость оценивается законом Гука:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E,$$

где σ – нормальное напряжение;
 ε – относительная деформация;
 E – модуль упругости.

В сопротивлении материалов, как и в теоретической механике, решение задач начинается с выявления существенных факторов и отбрасывания несущественных, которые не влияют заметным образом на работу конструкции в целом. Такого рода упрощения необходимы, поскольку решение задач с полным учетом всех свойств реального объекта невозможно в силу их неисчерпаемости. Реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей, носит название *расчетной схемы*. Выбор расчетной схемы сводится в основном к схематизации геометрии реального объекта, системы сил, приложенных к элементу конструкций, и свойств материала.

В сопротивлении материалов все многообразие форм элементов конструкций сведено к двум основным геометрическим схемам: брусу (стержню) и оболочке.

Брус – это тело, одно из измерений которого (длина) значительно больше других.

В простейшем случае брус как геометрическое тело может быть получен перемещением плоской фигуры вдоль некоторой линии (рис. 1.1, 1.2) таким образом, чтобы центр тяжести фигуры оставался на этой линии, а плоскость была нормальна к ней.

Линия, вдоль которой перемещается центр тяжести плоской фигуры, называется осью бруса, а плоская фигура его поперечным сечением.

В зависимости от формы оси брус может быть прямым, кривым или пространственно изогнутым (винтовая пружина). Примерами прямых стержней являются валы, оси, балки.

Кроме брусьев с неизменным поперечным сечением вдоль всей оси могут быть брусья с непрерывно изменяющимися сечениями (рис. 1.2, а) или сечениями, форма и площадь которых меняется скачками (рис. 1.2, б), последние называются ступенчатыми брусьями.

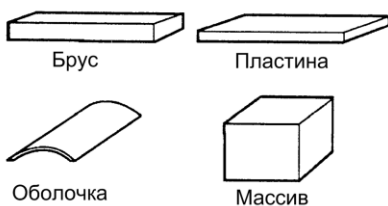


Рис. 1.1. Классификация тел по геометрическому признаку

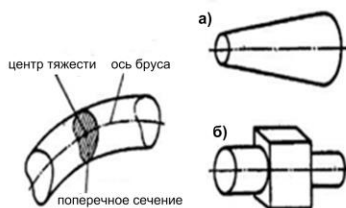


Рис. 1.2. Виды поперечных сечений бруса

Оболочка – это тело, одно из измерений которого (толщина) во много раз меньше других размеров.

Примером оболочки могут служить стенки баков, цистерн, корпуса ракет, купола зданий, трубы и т.п.

1.3. Внешние силы и их классификация

Машины, сооружения и их части во время работы находятся под действием тех или иных нагрузок, называемых *внешними силами*.

Внешней силой называется количественная мера механического воздействия одного материального тела на другое.

Действие газов в цилиндре двигателя трактора на поршень; действие веса груза на части шасси автомобиля; сопротивление почвы, действующее на рабочие органы плуга; сопротивление растений резанию и т.п. – все это есть внешние силы по отношению к соответствующим частям указанных машин.

Значение внешних сил можно определить либо расчетным путем, либо непосредственным взвешиванием с помощью специальных приборов.

Внешние силы классифицируются по двум признакам – *по способу их приложения к элементу конструкции и характеру действия на него*.

По способу приложения в сопротивление материалов различают силы *поверхностные и объемные*.

Поверхностные силы (рис. 1.3) приложены к участкам поверхности и характеризуют непосредственное контактное взаимодействие рассматриваемого элемента конструкции с окружающими телами.

В свою очередь, *поверхностные силы делятся на распределенные и на сосредоточенные.*

Сосредоточенными силами называют давления, передающиеся на элемент конструкции через площадку, размеры которой очень малы по сравнению с размерами всего элемента. Например: давление колеса на рельс. Обозначается сосредоточенная сила буквой F – размерность H (Ньютон).

Распределенными нагрузками называются силы, приложенные непрерывно на протяжении некоторой длины или площади конструкции. Например, слой зерна в кузове машины одинаковой толщины представляет собой равномерно распределенную нагрузку на некоторой площади; при неодинаковой толщине слоя мы получаем неравномерно распределенную сплошную нагрузку. Распределенная нагрузка обозначается q (H/m^2).

Силы, распределенные по объему тела, такие, как силы тяжести, магнитные силы и силы инерции, относятся к *объемным силам* (H/m^3).

По характеру приложения внешние силы делятся на *статические и динамические*.

К статическим нагрузкам относятся такие нагрузки, которые медленно возрастают от нуля и, достигнув некоторого конечного значения, далее остаются неизменными.

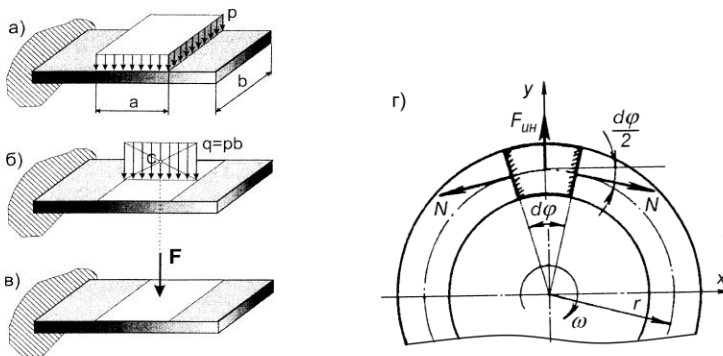


Рис. 1.3. Классификация внешних сил:

- а – давление – нагрузка, распределенная по поверхности (H/m^2);
- б – интенсивность, нагрузка, приходящаяся на единицу длины (H/m);
- в – сосредоточенная сила, действующая на небольшой участок длины детали (H);
- г – объемная сила инерции, действующая на элемент диска (H/m^3)

Примером статической объемной нагрузки может служить система центробежных сил инерции, действующая на ротор двигателя в период его разгона и при дальнейшем равномерном вращении.

К динамическим нагрузкам относятся нагрузки, прикладываемые с некоторой скоростью в момент контакта или внезапно.

Примером может служить сила, приложенная к телу в момент падения на него другого тела (забивание свай с помощью копра и т.д.).

1.4. Внутренние силы

Действие внешних сил на тело выражается в том, что они стремятся его деформировать. Между частицами тела действуют *внутренние силы* сцепления. Действие внешних сил вызывает соответственно изменение внутренних сил, т.е. вызывает, иначе говоря, дополнительные внутренние силы, сопротивляющиеся внешним. Деформация продолжается до тех пор, пока дополнительные внутренние силы не уравновесят конечное значение сил внешних.

Внутренними силами называют силы взаимодействия, возникающие между частицами рассматриваемого тела или отдельными частями рассматриваемой системы тел под действием внешних сил.

Чтобы правильно произвести расчет конструкции на прочность или на жесткость, необходимо уметь определять внутренние силы от заданной нагрузки. Для выявления внутренних сил в сопротивлении материалов применяется *метод сечений*.

Пусть свободное тело под действием системы сил F_1-F_5 находится в равновесии (рис. 1.4). Требуется определить внутренние силы в сечении $I-I$.

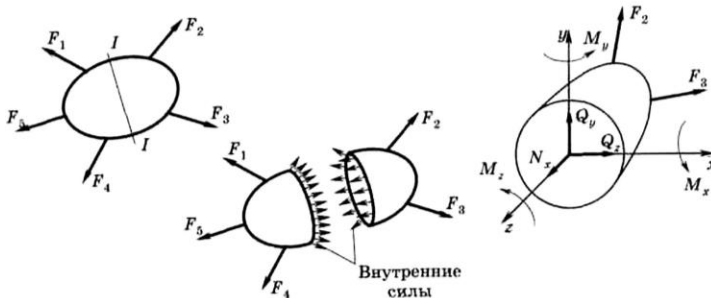


Рис.1.4. Метод сечений

Мысленно разрежем тело на две части по данному сечению и рассмотрим условия равновесия одной (любой) части тела. Обе части после разреза, вообще говоря, не будут находиться в равновесии, так как нарушены внутренние связи. Заменим действие левой части тела на правую и правой на левую некоторой системой сил в сечении $I-I$, т. е. внутренними силами. Характер распределения внутренних сил в сечении неизвестен, но они должны обеспечить равновесие каждой части тела. Для составления условия равновесия отсеченной части приведем внутренние силы в виде главного вектора и главного момента к центру тяжести сечения и спроецируем их на оси координат. Получим три проекции главного вектора N_z , Q_x , Q_y и три проекции главного момента M_x , M_y , M_z , которые называются внутренними силовыми факторами: N_z – продольная сила; Q_x , Q_y – поперечные силы; $M_K(M_z)$ – крутящий момент, M_x , M_y – изгибающие моменты.

Составив условия равновесия отсеченной части, получим:

$$\begin{aligned}\sum z &= 0; N = \sum F_{zi}; \\ \sum x &= 0; Q_x = \sum F_{xi}; \\ \sum y &= 0; Q_y = \sum F_{yi}; \\ \sum m_x &= 0; M_x = \sum m_x(F_i); \\ \sum m_y &= 0; M_y = \sum m_y(F_i); \\ \sum m_z &= 0; M_z = \sum m_z(F_i).\end{aligned}$$

Уравнения являются *зависимостью между внешней нагрузкой на отсеченной части и внутренними силовыми факторами (статическими эквивалентами внутренних сил)*. Если внешние нагрузки известны, то с их помощью можно определить внутренние силовые факторы.

Составляющая N главного вектора внутренних сил, направленная перпендикулярно плоскости поперечного сечения бруса, называется *нормальной (продольной) силой*. Составляющие Q_x и Q_y , лежащие в плоскости поперечного сечения, называются *поперечными силами*. Составляющий главного момента внутренних сил момент M_k , возникающий в плоскости поперечного сечения бруса, называется *крутящим моментом*. Составляющие моменты