

УДК 336:51(075.8)
ББК 65.26в6.я73
М20

Р е ц е н з е н т ы:

*кафедра математики Московского государственного
технологического университета «СТАНКИН»*
(зав. кафедрой д-р физ.-мат. наук, проф. Н.Н. Холщевникова)
канд. экон. наук, доц. *Я.С. Мелкумов*

Главный редактор издательства
доктор экономических наук *Н.Д. Эриашвили*

Малыхин В.И.

М20 Финансовая математика: Учеб. пособие для вузов. —
2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. —
237 с.

ISBN 5-238-00559-8

Рассмотрены вопросы финансовой математики в условиях определенности (наращенные и дисконтированные суммы, потоки платежей, ренты, кредитные расчеты, оценка инвестиционных проектов, финансовые расчеты на рынке ценных бумаг), а также в условиях неопределенности, в том числе теория оптимального портфеля, теоретико-вероятностные методы и финансовые риски. Даны вопросы для самопроверки, задачи для самостоятельного решения и ответы к ним.

Для студентов и преподавателей экономических и финансовых специальностей вузов.

ББК 65.26в6.я73

ISBN 5-238-00559-8

© В.И. Малыхин, 1999, 2003
© ИЗДАТЕЛЬСТВО ЮНИТИ-ДАНА, 1999, 2003.
Воспроизведение всей книги или любой ее
части запрещается без письменного
разрешения издательства

Оглавление

Предисловие	3
Часть I. ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ	5
Глава 1. НАРАЩЕНИЕ И ДИСКОНТИРОВАНИЕ ДЕНЕЖНЫХ СУММ	7
1.1. Нарашение простых процентов	7
1.2. Нарашение сложных процентов	8
1.3. Сравнение силы роста простых и сложных процентов	9
1.4. Мультиплицирующие и дисконтирующие множители	10
1.5. Удержание простых и сложных процентов	11
1.6. Эквивалентность во времени денежных сумм. Математическое дисконтирование	13
1.7. Номинальная и эффективная процентные ставки	13
1.8. Непрерывное наращение и дисконтирование	14
1.9. Влияние инфляции на ставку процента	14
Вопросы и задачи	15
Глава 2. ПОТОКИ ПЛАТЕЖЕЙ, РЕНТЫ	17
2.1. Потоки платежей	17
2.2. Конечная годовая рента	18
2.3. Определение параметров годовой ренты	20
2.4. Рента конечная общая — и платежи и начисление процентов несколько раз в году	22
2.5. «Вечная» годовая рента	23
2.6. Объединение и замена рент	24
2.7. Дюрация потоков платежей	24
Вопросы и задачи	26
Глава 3. КРЕДИТНЫЕ РАСЧЕТЫ	30
3.1. Погашение займа одним платежом в конце	30
3.2. Погашение основного долга одним платежом в конце	30
3.3. Погашение основного долга равными годовыми выплатами	31
3.4. Погашение займа равными годовыми выплатами	31
3.5. Погашение займа равными выплатами несколько раз в год	31
3.6. Общий метод погашения займа	32
3.7. Формирование погасительного фонда по более высоким процентам	33
3.8. Потребительский кредит и его погашение	33
3.9. Льготные кредиты	34
3.10. Погашение традиционной ипотечной ссуды	35
3.11. Замена одного займа другим	36

3.12. Объединение займов	36
3.13. Предоставление в кредит активов	36
Вопросы и задачи	37
Глава 4. АНАЛИЗ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ	39
4.1. Пример детального анализа инвестиционного проекта	39
4.2. Общие понятия и обозначения	40
4.3. Расчет характеристик конечного проекта с начальными инвестициями и постоянными доходами	41
4.4. Расчет характеристик бесконечного проекта с начальными инвестициями	42
4.5. Определение величины инвестиций	42
4.6. Расчет годового дохода для заданной внутренней доходности проекта	42
4.7. Зависимость характеристик процесса от ставки процента	43
4.8. Сравнение инвестиционных проектов	43
4.9. Определение размера платы за аренду оборудования	44
4.10. Определение нормы доходности от сдачи оборудования в аренду	45
4.11. Арендовать оборудование или покупать?	45
Вопросы и задачи	46
Глава 5. ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ ДОХОДНОСТИ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ	48
5.1. Различные виды доходности операций	48
5.2. Текущая и полная доходность	50
5.3. Поток платежей и его доходность	50
5.4. Другие виды доходности	51
5.5. Мгновенная доходность	52
5.6. Эффективная и эквивалентная ставки процента	52
Вопросы и задачи	53
Глава 6. ХАРАКТЕРИСТИКИ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ	56
6.1. Общие сведения о финансовых инструментах	56
6.2. Курс и доходность облигации без погашения с периодической выплатой купонных процентов	57
6.3. Курс и доходность бескупонной облигации с погашением по номиналу	58
6.4. Курс и доходность бескупонной облигации с выплатой купонных процентов при погашении	58
6.5. Курс и доходность облигации с периодической выплатой процентов и погашением	59
6.6. Зависимость цены (курса) облигации от ставки процента	60
6.7. Цена вечной акции (доход — только дивиденды)	60
6.8. Банковские депозитные сертификаты	60
6.9. Арбитраж и характеристики финансовых инструментов	61
Вопросы и задачи	63

Дополнение к части I	65
Глава 7. СИСТЕМА ПРЕДПОЧТЕНИЙ ИНДИВИДА И УЧЕТ ЕЕ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ	65
7.1. Система предпочтений индивида	65
7.2. Временная ценность денег для индивида	68
7.3. Полезность денег	70
Вопросы и задачи	71
Глава 8. МОДЕЛИ ТОРГОВ	73
8.1. Аукционные торги: два лица и два объекта. Общее описание	73
8.2. Максимизация разности доходов	73
8.3. Максимизация собственного дохода	75
8.4. Одновременные торги	76
8.5. Торги, в которых число лиц велико и может быть неизвестным	76
Вопросы и задачи	77
Часть II. ОСНОВЫ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ФИНАНСОВОЙ МАТЕМАТИКИ	79
Глава 9. ИЗМЕНЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	81
9.1. Плавающая ставка процента	81
9.2. Случайные потоки платежей	83
9.3. Рисковые инвестиционные процессы	84
9.4. Подсчет доходности вероятностных операций в условиях неопределенности	85
9.5. Общее понятие детерминированного эквивалента финансового показателя	86
Вопросы и задачи	87
Глава 10. КЛАССИЧЕСКАЯ СХЕМА ОЦЕНКИ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	89
10.1. Определение и сущность риска	89
10.2. Матрицы последствий и рисков	90
10.3. Анализ связанной группы решений в условиях полной неопределенности	91
10.4. Анализ связанной группы решений в условиях частичной неопределенности	92
10.5. Оптимальность по Парето	93
10.6. Правило Лапласа равновозможности	95
Вопросы и задачи	95
Глава 11. ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ	97
11.1. Количественная оценка риска	97
11.2. Риск отдельной операции	97
11.3. Некоторые общие измерители риска	100
11.4. Риск разорения	101

11.5. Показатели риска в виде отношений	102
11.6. Кредитный риск	102
11.7. Депозитный риск	103
Вопросы и задачи	103
Глава 12. ОБЩИЕ МЕТОДЫ УМЕНЬШЕНИЯ РИСКОВ	108
12.1. Диверсификация	108
12.2. Хеджирование	110
12.3. Страхование	111
12.4. Качественное управление рисками	112
12.5. Форвардная и фьючерсная торговля	114
Вопросы и задачи	116
Глава 13. МОДЕЛИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ АКТИВОВ	117
13.1. Простейшая биномиальная модель	117
13.2. Биномиальная модель Кокса—Росса—Рубинштейна	119
13.3. Общая экспоненциальная биномиальная модель	120
13.4. Фундаментальный и технический анализ цен	121
Вопросы и задачи	121
Глава 14. БЫСТРЫЙ РОСТ КАПИТАЛА	124
14.1. Постановка задачи о росте капитала	124
14.2. Рост капитала при постоянной доле контрактов	125
14.3. Безгранично делимые и бесплатные рулетки и ценные бумаги	128
14.4. Еще одна стратегия управления капиталом	129
Вопросы и задачи	130
Глава 15. ОПЦИОНЫ И ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ ОПЦИОНОВ	131
15.1. Опционы	131
15.2. Определение стоимости опциона на момент исполнения	132
15.3. Ценообразование опционов на основе биномиальной модели	133
15.4. Другой подход к ценообразованию опционов	134
15.5. Создание с помощью опционов безрисковых портфелей	136
Вопросы и задачи	138
Глава 16. ОПТИМАЛЬНЫЙ ПОРТФЕЛЬ ЦЕННЫХ БУМАГ	139
16.1. Постановка задачи об оптимальном портфеле	139
16.2. Диверсификация портфеля	141
16.3. Портфель Марковица минимального риска	144
16.4. Портфель Тобина минимального риска	146
16.5. Портфель Марковица и Тобина максимальной эффективности	148
Вопросы и задачи	150
Глава 17. Формирование оптимального портфеля с помощью ведущего фактора финансового рынка	153
17.1. Прямой статистический подход	153

17.2. Влияние ведущего фактора на составляющие финансового рынка	154
17.3. Эффективность рынка как ведущий фактор	157
17.4. Эффективность рынка, эффективность ценной бумаги и ее «бета»	160
17.5. Другие ведущие факторы рынка	162
Вопросы и задачи	162
Глава 18. ФИНАНСОВЫЙ РЫНОК И ЕГО МОДЕЛИ	164
18.1. Соглашения о финансовом рынке	164
18.2. Эффективный рынок	165
18.3. Модель САРМ (Capital Asset Pricing Model — модель ценообразования капитальных активов)	166
18.4. Модель АРТ (Arbitrage Pricing Theory — арбитражная модель ценообразования)	168
18.5. Идеальный финансовый рынок	168
18.6. Инвесторы на идеальном финансовом рынке	169
Вопросы и задачи	171
Дополнение к части II	173
Глава 19. ТЕОРИЯ ОЖИДАЕМОЙ ПОЛЕЗНОСТИ	173
19.1. Простейшие лотереи	173
19.2. Теория ожидаемой полезности	175
Вопросы и задачи	177
Глава 20. ОТНОШЕНИЕ ЛПР, ИНВЕСТОРА К РИСКУ	179
20.1. Измерение неприятия риска	179
20.2. Некоторые известные конкретные функции полезности денег	181
20.3. Коэффициент Эрроу—Пратта неприятия риска	182
20.4. Коллективные решения и разделение риска	184
20.5. Учет отношения ЛПР к риску	186
Вопросы и задачи	187
Указания и ответы к вопросам и задачам	189
Указатель финансовых терминов	194
Библиографический список	196
Приложения	
<i>Приложение 1. Мультиплицирующие множители</i>	197
<i>Приложение 2. Дисконтирующие множители</i>	206
<i>Приложение 3. Коэффициенты приведения годовой ренты</i>	215
<i>Приложение 4. Коэффициенты наращивания годовой ренты</i>	224