

УДК 004.9:51(0875.8)  
ББК 32.97+22.161.6я73  
А16

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича  
Южного федерального университета (протокол № 5 от 18 мая 2022 г.)

**Рецензенты:**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры  
информатики и вычислительного эксперимента  
Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича  
Южного федерального университета **А. А. Зеленина**

доктор физико-математических наук, профессор кафедры  
«Прикладная математика» Южно-Российского государственного  
университета им. И. М. Платова **А. Э. Пасенчук**

**Абрамян, А. В.**

А16      Непрерывная математика: теория и практика. Неопределенные  
и определенные интегралы, несобственные интегралы, числовые  
ряды, функции нескольких переменных, дифференциальные  
уравнения : учебник / А. В. Абрамян ; Южный федеральный уни-  
верситет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного фе-  
дерального университета, 2022. – 264 с.  
ISBN 978-5-9275-4250-5

В учебнике освещены темы второй половины курса «Непрерывная мате-  
матика»: неопределенные и определенные интегралы, несобственные инте-  
гралы, числовые ряды, функции нескольких переменных, дифференциальные  
уравнения. Материал построен так, чтобы максимально облегчить студентам  
его изучение: сначала излагаются теоретические сведения, затем рассматри-  
ваются многочисленные примеры, демонстрирующие различные виды задач  
и методы их решения.

Для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки  
02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии».

УДК 004.9:51(0875.8)  
ББК 32.97+22.161.6я73  
ISBN 978-5-9275-4250-5

© Абрамян А. В., 2022  
© Южный федеральный университет, 2022

## Оглавление

Предисловие .....	6
Глава 1. Неопределенные интегралы .....	8
1.1. Основные определения .....	8
1.2. Замена переменной под знаком интеграла .....	14
1.3. Интегрирование по частям .....	25
1.4. Интегрирование рациональной функции .....	32
1.4.1. Определение рациональной функции .....	32
1.4.2. Метод неопределенных коэффициентов .....	33
1.4.3. Интегрирование простых рациональных дробей .....	36
1.4.4. Интегрирование рациональных функций общего вида .....	42
1.5. Рациональные функции нескольких переменных .....	57
1.6. Интегрирование иррациональных функций .....	58
1.6.1. Подстановки Эйлера .....	58
1.6.2. Интеграл от дифференциального бинома .....	70
1.6.3. Разные примеры на интегрирование функций .....	80
1.7. Интегрирование тригонометрических функций .....	83
1.7.1. Интегралы от произведения тригонометрических функций .....	83
1.7.2. Интеграл от рациональной функции $R(\sin x, \cos x)$ .....	84
Глава 2. Определенные и несобственные интегралы .....	90
2.1. Методы вычисления определенных интегралов .....	90
2.2. Несобственные интегралы 1 рода .....	97
2.3. Несобственные интегралы 2 рода .....	102
Глава 3. Приложения определенного интеграла .....	107
3.1. Площадь фигуры .....	107

3.1.1. Площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в декартовых координатах .....	107
3.1.2. Площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными параметрическими уравнениями .....	113
3.1.3. Площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в полярных координатах .....	116
3.2. Длина дуги кривой .....	118
3.2.1. Длина дуги кривой, заданной в декартовых координатах .....	118
3.2.2. Длина дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями .....	121
3.2.3. Длина дуги кривой, заданной в полярных координатах .....	123
Глава 4. Числовые ряды .....	126
4.1. Основные определения и теоремы .....	126
4.2. Знакопостоянные числовые ряды .....	129
4.3. Знакопеременные числовые ряды .....	140
4.4. Числовые ряды с произвольными членами .....	143
Глава 5. Функции нескольких переменных .....	148
5.1. Понятие функции нескольких переменных .....	148
5.2. Предел функции. Непрерывные функции .....	148
5.3. Частные производные .....	150
5.4. Дифференцируемые функции .....	153
5.5. Экстремум функции нескольких переменных .....	154
5.5.1. Достаточное условие экстремума функции .....	155
5.5.2. Наибольшее и наименьшее значение функции .....	163
5.5.3. Условный экстремум функции .....	166
5.5.4. Метод множителей Лагранжа .....	168
Глава 6. Дифференциальные уравнения .....	176
6.1. Уравнения с разделяющимися переменными .....	177

6.2. Уравнение вида $y' = F(ax + by + c)$ , $a \neq 0, b \neq 0$ .....	181
6.3. Однородные уравнения.....	185
6.4. Уравнение, сводящееся к однородному.....	190
6.5. Метод вариации произвольной постоянной.....	201
6.6. Уравнение Бернулли .....	206
6.7. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель .....	216
6.8. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.....	230
6.9. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных уравнений .....	233
6.10. Линейные уравнения с правой частью специального вида .....	245
Глава 7. Справочные сведения .....	258
7.1. Таблица интегралов.....	258
7.2. Интегрирование тригонометрических функций .....	258
7.2.1. Тригонометрические формулы .....	258
7.2.2. Замена в интеграле от рациональной функции $R(\sin x, \cos x)$ .....	259
7.3. Интегрирование иррациональных функций .....	259
7.3.1. Подстановки Эйлера .....	259
7.3.2. Интеграл от дифференциального бинома.....	260
Литература.....	261