

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЛАДИКАВКАЗСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
ЮЖНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ИТОГИ НАУКИ • ЮГ РОССИИ

С Е Р И Я

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОНОГРАФИЯ

В ы п у с к 4

В. Н. Берестовский, Ю. Г. Никоноров

РИМАНОВЫ МНОГООБРАЗИЯ
И ОДНОРОДНЫЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ

Владикавказ
2012

ББК 22.151.2
УДК 514.70
Б 48

Ответственный редактор
д. ф.-м. н., профессор Е. Д. Родионов

Рецензенты:
д. ф.-м. н., профессор В. В. Славский,
д. ф.-м. н., профессор Н. К. Смоленцев

Редакторы серии:
д. ф.-м. н., профессор Ю. Ф. Коробейник,
д. ф.-м. н., профессор А. Г. Кусраев

Берестовский В. Н., Никоноров Ю. Г.

Римановы многообразия и однородные геодезические / отв. ред. Е. Д. Родионов.—Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2012.—414 с.—(Итоги науки. Юг России. Математическая монография. Вып. 4).

В монографии излагаются как классические, так и недавно полученные результаты о векторных полях Киллинга и порождаемых ими однопараметрических группах изометрий римановых многообразий, а также о геодезических, являющихся интегральными кривыми киллинговых векторных полей (однородных геодезических). Большое внимание уделено исследованию класса римановых многообразий с однородными геодезическими и его важных подклассов.

Для преподавателей вузов, аспирантов и студентов старших курсов университетов, а также всех специалистов, интересующихся дифференциальной геометрией и группами преобразований.

Berestovskii V. N., Nikononov Yu. G.

Riemannian manifolds and homogeneous geodesics / ed. Eu. D. Rodionov.—Vladikavkaz: SMI VSC RAS, 2012.—414 p.

The book is devoted to classical and recent results on Killing vector fields and generated by them one-parameter isometry groups of Riemannian manifolds, and also to geodesics that are integral curves of Killing vector fields (homogeneous geodesics). Much of attention is paid to the class of Riemannian manifolds with homogeneous geodesics and to some its important subclasses.

This volume is intended for graduate students, post graduates, and researchers whose work involves differential geometry and transformation groups.

ISBN 978-5-904695-13-2

© Южный математический институт
ВНЦ РАН и РСО-А, 2012
© В. Н. Берестовский, 2012
© Ю. Г. Никоноров, 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редакторов серии	9
Предисловие авторов	11
Глава 1. Римановы многообразия	23
1.1. Основы теории гладких многообразий	23
1.1.1. Гладкие многообразия	23
1.1.2. Касательное расслоение над гладким многообразием	25
1.1.3. Гладкие векторные поля на M как дифференцирования кольца $C^\infty(M)$	33
1.1.4. Скобка Ли двух гладких векторных полей	34
1.1.5. Тензорные поля на гладких многообразиях	39
1.2. Многообразия со связностью и римановы многообразия	42
1.2.1. Линейная связность	42
1.2.2. Риманова метрика	43
1.2.3. Связность Леви-Чивита на римановом многообразии	44
1.3. Кривизна многообразий со связностью и римановых многообразий	46
1.3.1. Тензор кривизны многообразия с ковариантной производной	46
1.3.2. Тензор кривизны риманова многообразия	47
1.3.3. Тензор Риччи многообразия с ковариантной производной	49
1.3.4. Тензор Риччи риманова многообразия	50
1.3.5. Кривизны римановых многообразий	51
1.4. Основы геометрии римановых многообразий	52
1.4.1. Параметризация кривой длиной дуги	52