

ББК 22.144
УДК 512
Л 484



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту №07-01-07100.

Леповски Дж., Ли Х.

Введение в вершинные операторные алгебры и их представления. — М.—Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2008. — 424 с.

Предлагаемая книга является введением в относительно новую и малоизученную область науки — теорию вершинных операторных алгебр, которая тесно связана с такими областями физики и математики, как теория «monstrous moonshine» (понятие, введенное в 1979 году Конвеем и Нортеном для характеристики удивительной связи между группой Монстр и модулярными функциями), теория бесконечномерных алгебр Ли и их представлений, теория струн, теория групп и т. д. С появлением этой теории стало возможным сформулировать и попытаться решить новые задачи, имеющие большое значение во многих областях, которые до этого считались не связанными друг с другом. Данная книга систематически излагает теорию вершинных (операторных) алгебр с самого начала, используя «формальное исчисление» и проводя читателя через фундаментальную теорию к детальному построению примеров. Подробно рассмотрены аксиоматические основы вершинных операторных алгебр, описаны наиболее важные примеры таких алгебр, а также построены и классифицированы их неприводимые модули.

Книга будет полезна аспирантам и исследователям в области математики и физики.

ISBN 978-5-93972-664-1

ББК 22.144

Translation from the English language edition:

Introduction to Vertex Operator Algebras and Their Representations

by James Lepowsky, Haisheng Li

© 2004 Birkhäuser Boston

Birkhäuser is a part of Springer Science+Business Media

All Rights Reserved

© Перевод на русский язык:

НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008

<http://shop.rcd.ru>

Оглавление

Предисловие	ix
ГЛАВА 1. Введение	1
1.1. Мотивировка	1
1.2. Пример вершинного оператора	6
1.3. Понятие вершинной операторной алгебры	10
1.4. Упрощение определения	15
1.5. Представления и модули	16
1.6. Построение семейств примеров	19
1.7. Некоторые дальнейшие продвижения	21
ГЛАВА 2. Формальное исчисление	25
2.1. Формальные ряды и формальная дельта-функция	25
2.2. Дифференцирования и формальная теорема Тейлора	35
2.3. Разложения нуля и приложения	40
ГЛАВА 3. Алгебры вершинных операторов: аксиоматика	59
3.1. Определения и некоторые основные свойства	60
3.2. Свойства коммутативности	80
3.3. Свойства ассоциативности	87
3.4. Тождество Якоби как следствие коммутативности и ассоциативности	99
3.5. Тождество Якоби как следствие коммутативности	103
3.6. Тождество Якоби как следствие косой симметрии и ассоциативности	105
3.7. S_3 -симметрия тождества Якоби	113
3.8. Итерационная формула и нормально-упорядоченные произведения	116
3.9. Другие элементарные понятия	120
3.10. Слабая нильпотентность и нильпотентность	125
3.11. Централизаторы и центр	129
3.12. Прямые и тензорные произведения вершинных алгебр	137
ГЛАВА 4. Модули	144
4.1. Определение и некоторые следствия	145
4.2. Свойства коммутативности	149

4.3. Свойства ассоциативности	152
4.4. Тождество Якоби как следствие свойств ассоциативности и коммутативности	156
4.5. Другие элементарные понятия	158
4.6. Модули типа тензорного произведения для тензорных про- изведений вершинных алгебр	168
4.7. Вакуумподобные векторы	170
4.8. Присоединение модуля к вершинной алгебре	174
ГЛАВА 5. Представления вершинных алгебр и построение вершин- ных алгебр и модулей	177
5.1. Слабые вершинные операторы	180
5.2. Действие слабых вершинных операторов на пространстве слабых вершинных операторов	185
5.3. Каноническая слабая вершинная алгебра $\mathcal{E}(W)$ и эквива- лентность модулей и представлений	191
5.4. Подалгебры в $\mathcal{E}(W)$	199
5.5. Локальные подалгебры и вершинные подалгебры в $\mathcal{E}(W)$	202
5.6. Вершинные подалгебры в $\mathcal{E}(W)$, связанные с алгеброй Ви- расоро	212
5.7. Общие теоремы о построении вершинных алгебр и модулей	220
ГЛАВА 6. Построение семейств вершинных операторных алгебр и модулей	235
6.1. Вершинные операторные алгебры и модули, связанные с ал- геброй Вирасоро	237
6.2. Вершинные операторные алгебры и модули, связанные с аф- финными алгебрами Ли	248
6.3. Вершинные операторные алгебры и модули, связанные с ал- гебрами Гейзенберга	268
6.4. Вершинные операторные алгебры и модули, связанные с чет- ными решетками: основные определения	279
6.5. Вершинные операторные алгебры, связанные с четными ре- сетками: основные результаты	296
6.6. Классификация неприводимых $L_{\hat{\mathfrak{g}}}(\ell, 0)$ -модулей для конеч- номерных простых \mathfrak{g} и положительных целых ℓ	327
Литература	356
Предметный указатель	406